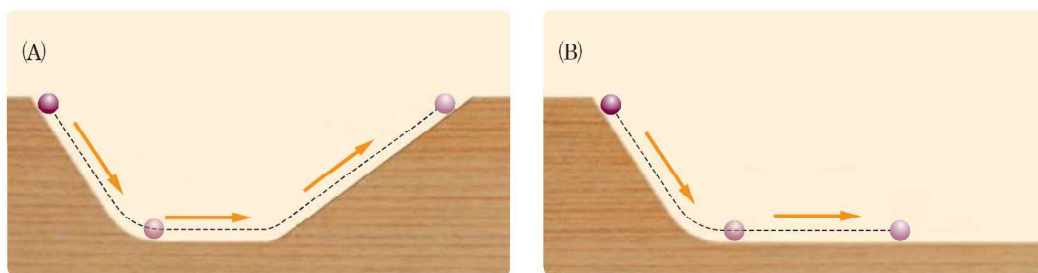


用簡單的代數方法，來描述物體在空間中的運動情形，稱為**運動學** (kinematics)，例如：斜向拋射運動，可分解成水平與垂直兩個獨立的部分來討論；鐵塊和棒球在相同高度靜止釋放後，會同時抵達地面，都是運動學所探討的內容。至於「為何」不同重量的物體，仍會以相同的加速度落下，一如伽利略所言，這個問題非常困難，要留待以後更聰明的人來解決。在他之後不到 50 年，這位聰明的人便提出了有名的三個運動定律及萬有引力定律，完整地呈現出運動現象背後所應遵循的原理，此內容稱為**動力學** (dynamics)，它可以完美地詮釋伽利略所無法回答的物理問題。

4-1 牛頓第一運動定律 —— 狀態的意義

一、運動狀態

西方在中世紀之前，皆認為物體在不受外界干擾下的「自然運動」僅有兩種形式：向上與向下。輕物如火和氣，會朝上飛向天際；重物如土和水，會朝下向宇宙中心——地心運動。直到約 1590 年，伽利略提出一圓球自斜面最高處釋放後，當球抵達水平面時，它可在不受外界干擾下，在水平的木板上繼續運動下去，既不是朝向上，亦不是朝向下（圖 4-1）。



▲ 圖 4-1 (A)球自斜面的頂端釋放，最多可抵達斜面另一端相同的高度，而無法繼續向前。(B)球自斜面頂端釋放，滾至一水平面時，球不會停止下來而是會繼續運動下去。

西元 1632 年，伽利略在兩門新科學的著作中說：

「若某物體沿水平面運動，而運動中又沒有遇到任何阻礙，那麼……該物體將作均勻地等速運動。而如果平面在空間延伸至無限遠的話，這一運動將永遠延續下去。」

因此，他是打破前人以重物、輕物的「二分法」，及「目的論」（參考本節末之補充資料）來解釋自然運動所造成謬誤的第一人。

但如果這一水平面繼續延伸下去的話，伽利略發現，在運動了一段很長的距離之後，另一處的人將會看到球彷彿會自動向上提高（圖 4-2），這是不可能的。所以，他認為這種維持等速率的運動，會繞著地球表面持續下去，最後再回到原處（註 2）。但 1644 年法國科學家笛卡兒（René Descartes, 1596 ~ 1650，圖 4-3）在其著作哲學原理裡，對此提出了修正：

「所有物體會盡最大的可能，保持自己的狀態（state）。……對運動物體而言，它將保持同一速度和同一方向，除非有別的物體制止或減慢它的運動速度。」

因此，物體若不受外界干擾或阻礙，它不但是保持同一速率，並且會維持同一直線方向，而非繞著地球作圓周運動。

1. 慣性 物體所具有的特定速度，稱為物體的運動狀態。若不受外界影響，一切物體具有保持原來慣有的運動狀態，不會改變，這是笛卡兒在物理學上很大的貢獻。而伽利略基本上雖已有慣性（inertia）概念——維持原來的運動速度——的初步認識，但卻誤以為慣性運動是一種

註 2 但伽利略此時並無圓周運動需要向心力的概念，向心（centripetal）力的術語與表示式是 1684 年牛頓在論運動一書中才首次出現及被使用。



▲ 圖 4-2 伽利略認為地球上的運動物體不能沿一直線運動下去，否則它會離地心愈來愈遠。



▲ 圖 4-3 首先提出運動狀態的概念——笛卡兒。



▲ 圖 4-4 抱枕上的灰塵會維持原來的靜止狀態，而不會隨著被拍打的抱枕運動。



▲ 圖 4-5 上方積木不會維持原來的靜止狀態，而不會隨著被敲出的積木運動。



▲ 圖 4-6 狗甩動潮溼的身體後，身體突然停下，身體上的水會維持原來的運動狀態，繼續運動下去而飛出。

繞著地球表面持續下去的等速圓周運動，而尚未具有清晰的運動「狀態」概念。「狀態」一詞，在日後的熱力學與原子物理中，也有其對應的物理意義，是一個重要的基本概念。

慣性存在的現象相當普遍，例如：拍打抱枕，抱枕產生運動，但抱枕上的灰塵將維持在原來的靜止狀態，而會脫離抱枕（圖 4-4）；上下排列整齊的一堆積木，以木槌沿水平方向快速敲擊其中一塊積木，該積木可被敲出，但上方積木將維持原來的靜止狀態，不會沿著水平方向移動，而會處在原來位置，然後落在正下方之另一積木上（圖 4-5）。這些便是「靜止狀態」物體所具有的慣性特徵。

此外，如穩定前進的公車突然煞車，站著的乘客身體因會維持原來的運動狀態，而造成上半身繼續向前傾；狗甩動潮溼的身體，當身體突然停止甩動後，身上的水因會維持原來的運動狀態，而將繼續向前脫離其身體（圖 4-6）。這些都是「運動狀態」物體所反應出的慣性。

不受干擾的一靜止物體，或不受外界制止下的等速運動物體，雖然兩者位置變化有所不同，但兩者的運動狀態卻分別恆定不變。這使得物理學家對運動的觀點，從強調物體位置有無變化，轉移到對物體運動狀態有無改變的探討上。

另一方面，在笛卡兒之前，大家對「力」的認識僅應用在靜力平衡上，如第 3 章所述；或者認為使物體產生違反自然位置變化時，需要外力，例如：把石塊抬起或推動車子，均要施力，否則石塊將自然落下，車子也終將停止。



▲ 圖 4-7 古典力學的奠基者——牛頓。

西元 1682 年，牛頓 (Isaac Newton, 1643 ~ 1727, 英國人, 圖 4-7) 將前人「力」的觀念與伽利略所言的「阻礙」、及笛卡兒的「制止」結合，而把「力」的觀念從靜力平衡及造成位置變化的原因，推廣成作為「運動狀態」改變的成因。牛頓在他的巨著——自然哲學的數學原理的第一冊第一章中，寫下了他有名的定律 I (Law I)，後人稱之為牛頓第一運動定律 (Newton's first law of motion)，也稱為「慣性定律」：

任何物體終將繼續保持靜止，或維持在一直線上等速運動的狀態，直到有加予在它上面的力，迫使它改變這種狀態為止。

亦即原先在運動的物體，縱使無外「力」作用其上，此物體的位置將持續地改變。因此我們不能如牛頓以前的人之看法，以物體有無位置變化，作為物體受力的判斷法則，而應以物體有無狀態變化，作為該物體是否受力的判斷依據。

更重要地，牛頓將造成運動狀態改變的原因——「阻礙」、「制止」此種字詞，以「力」來代表，不僅擴大了前人所具有「力」概念的內涵，最後他還將力量化，而能對物體的運動狀態加以運算、預測，並得與實驗觀測值比較，終於奠定了動力學的基礎，開啟了古典物理的輝煌世紀，也成為日後幾乎所有物理工作者思考自然現象的重要參考依據。

Q1: 牛頓運動 law 是否恆成立??

Q2: $F = ma$ why 需要牛-?

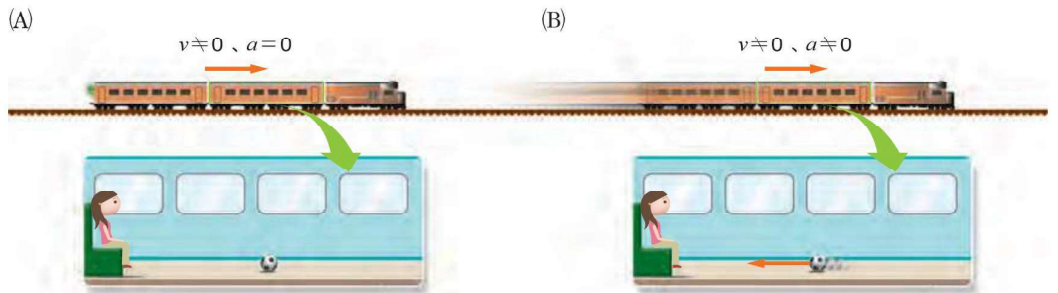
$$F=ma$$

3. 二、慣性參考系——慣性定律對所有觀察者均成立嗎？

在火車內的光滑地板上靜止放置一顆球，當火車靜止或完全平穩等速前進時，坐在火車上的人可觀察到球依然不動，遵守慣性定律；但若火車向前加速，對靜止於火車上的人，則將看到原來靜止的球會向火車尾端運動，由於球並未受到外力作用，但卻無法遵循慣性定律維持原來的靜止狀態。因此，慣性定律並非在所有的情況均成立。凡是能觀察到慣性定律成立的觀察者

稱此觀察者處於慣性參考坐標系 (inertial frame of reference) (或慣性參考系) 上，例如：在靜止或在等速前進的火車內之乘客，都是在慣性參考坐標系上，但在加速或減速前進的火車內之乘客，則是在非慣性參考坐標系上 (圖 4-8)。
① 定义慣性坐標系
② 只有对慣性參考系的观察者可牛頓運動law才成立

相對於一已知的慣性參考系為等速運動的觀察者，此觀察者也會處在另一個慣性參考系上。例如，靜坐在教室裡的同學處於慣性參考系中，則另一位等速走動的同學也是處於慣性參考系上。嚴格而言，固定於地球上任一處的坐標，並非是慣性參考系，因為地球有自轉及公轉的加速運動，但由於此加速運動所造成的影響並不明顯，可將其忽略。一般我們均將固定於地面上的參考坐標當成慣性參考系，在高中所學習的物理原理，皆是在慣性參考系上來描述的。

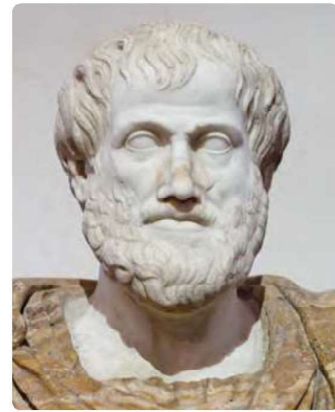


▲ 圖 4-8 (A)火車靜止或等速前進時，靜止於火車地板上的球繼續維持靜止狀態。火車內之乘客處於慣性參考系。(B)火車加速前進時，原來靜止於地板上的球，因未受外力作用，會保持原有的運動狀態，不會隨火車加速前進。火車內之乘客處於非慣性參考系。

補充資料 希臘時期的「目的論」整合了各種思想領域

科學哲學

早在古希臘時期，亞里斯多德便完成了史上第一部以物理學（Physics）為名的科學著作，其內容主要是在討論運動與變化，但他使用的分析方法幾乎完全不含數學，因為他認為物體的基本特性為「本體、性質、關係、地點、時間、位置、狀態、作用、反應、量」十種，而量或數只是其中的一種而已，故若以數學方法來探討自然現象，將無法發現真正自然現象背後的原因。



▲ 希臘哲學的集大成者——亞里斯多德。

亞里斯多德的父親是亞歷山大大帝父親的御醫，他耳濡目染，因此對醫學、生物與實驗高度肯定。從觀察人類的胚胎與植物的種子後來發展為成人與大樹。察覺生物的變化都有其目的，進而推廣為一切物質的變化和運動亦皆有其目的，並都朝向其目的運動，此稱為「目的論」。繼承先賢思想家所認為物質是由基本元素——火、氣、水、土——組合而成之後，他將火與氣歸屬於「輕物」，其目的地是在天際，故火與氣的運動方向是朝上飛；水與土則屬於「重物」，其目的地是在宇宙之中心地球，故水與土的運動方向是向下落。他的說法基本上都與觀察吻合。

以今天來看亞里斯多德「目的論」的科學觀或許太過簡化，但「目的論」卻能將物理學、天文學、生物學、倫理學與哲學等各種思想完美地整合起來。要取代或改變它，則需要推翻所有其他相關的思想內涵，並得尋找出另一種可以整合各種思想領域的觀點來，這並不是當時人所樂見、或他們能力所可完成的，因此「目的論」觀點在西方一直持續發展了近一千九百年之久。

$$F = ma$$

$$R^3 \propto T^2$$

$$F_1 \uparrow \quad a_1 \nearrow$$

$$F_1 \propto a_1$$

$$mT \downarrow \quad a_1 \searrow$$

$ma = \sum F$

1. 受力 \rightarrow 運動

\rightarrow 運動狀態改變

4-2 牛頓第二運動定律 —— 狀態的改變與力

一、加速度與力的關係

若無外力作用，則物體將維持原來的運動狀態，很自然地也可以反過來說：若物體的運動狀態改變，則此物體必定受到外力作用，而運動狀態或速度改變就代表有加速度存在。因此，牛頓隨即提出了第二運動定律 (Newton's second law of motion)，指出：

① 一物體的加速度與作用在此物體上的合力成正比，且加速度方向與外力方向相同。

此處所言的外力為物體所受的合力或淨力，而非個別的部分力，且加速度方向必定與合力方向相同。也就是此兩物理量的關係為一向量關係式，若以 \vec{a} 代表物體的加速度、 \vec{F} 代表物體所受外力，則第二運動定律可表示為

② $\vec{a} \propto \vec{F}$ 或 $\frac{F}{a} = \text{定值 } m$ 4.1

4. 慣性質量

F 與 a 之比值可代表物體的某種特性。對物體施以固定的外力 F ，若所產生的加速度 a 愈小 (或 $\frac{F}{a}$ 之比值愈大)，就代表了此物體愈不容易改變其運動狀態，牛頓稱此比值为「不活動性」(inactivity) 或「惰質量」(inertness)，在物理上則稱它為慣性質量。以下我們將簡稱為質量 (mass)，並常以 m 表示。故第二運動定律也可寫成

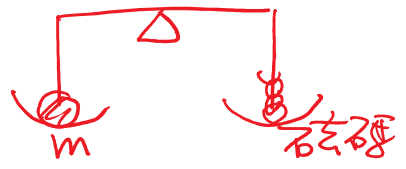
③ $\vec{F} = m\vec{a}$ 4.2

$\frac{1N}{1kg} = \frac{1m/s^2}{1m/s^2}$ * $a \parallel \vec{F}$
* 單位
(達因) $1dyne = \frac{1g}{1cm/s^2}$ $1N = 10^5 dyne$

若物體在 x - y 平面上運動，則運動定律的向量式可表示為兩個分量的關係式：

④ $F_x = ma_x$
 $F_y = ma_y$ 4.3

在此還要強調的是第二運動定律的 (4.2) 或 (4.3) 式，也只在慣性定律成立下所選定之慣性參考坐標系中，才能成立。





$$F=ma$$

補充資料 $F=ma$ 來源及牛頓第一與第二運動定律關係

科學史

牛頓在他巨著中第二運動定律的真正敘述為：

「運動量的變化與所受的外力成正比；且運動量變化的方向與所受外力的方向相同。」

此處的運動量，牛頓定義為速度與物體質量的乘積，即 $\vec{p}=m\vec{v}$ 。所以，牛頓第二運動定律的原義應

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \vec{F} = \frac{\Delta (m\vec{v})}{\Delta t}$$

而非式 (4.2)。僅當物體的質量維持不變時，才有 $\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$ ，但牛頓從未寫過此關係式。今天大家所常使用的第二運動定律式 (4.2)，是沿襲 1736 年物理學家白努利 (Johann Bernoulli, 1667 ~ 1748, 瑞士人) 所用的表示法。



若物體不受外力，即 $\vec{F}=0$ ，則由 $\vec{F}=m\vec{a}$ 可知：物體加速度 $\vec{a}=0$ ，或物體運動速度為定值，即物體將維持靜止或維持等速運動；如此即可得到慣性定律內容。因此常有人覺得慣性定律只是第二運動定律之特例，而顯得多餘。然而第二運動定律並非輕而易舉便可進入物理學家的思考範疇中，若非笛卡兒提出「運動狀態」的觀念，將大家對運動的描述由習以為常的「位置」改變轉移至「運動狀態」的改變，便不會集中注意於「速度的變化」或「加速度」在探討運動物體上所扮演的關鍵角色，後人也就不易發現第二運動定律。且第二運動定律也只在慣性坐標系下，方能成立，因此我們不可視慣性定律為第二運動定律之特例，而忽略慣性定律的重要性。

5. 2nd law 的應用

二、質量與力的單位

牛頓本人並沒有給出質量與力的嚴格單位，他一直是以前兩物體受力比值的論述方式，而免除了力單位的需要。自 18 世紀末，國際上開始使用共同的質量定義後，便可定義力的標準單位。若使質量 1 千克 (1 kg) 的物體，以一固定拉力使此物體 (在光滑水平面上) 產生 1 m/s^2 的加速度時，則此物體所受之外力

$$F = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

稱為 1 牛頓 (newton, 記為 N)。如此，使 A 千克的物體，產生 B 公尺/秒² 加速度之外力，即為 $A \times B$ 牛頓。

第二運動定律告知我們，若能找到作用在一物體上的外力，就可知道此物體的速度改變狀況或運動情形。所以，如何得知作用在物體上的外力便顯得格外重要；而如何發現或以正確的數學形式來表示作用在物體上的力，更是物理發展上的一大挑戰。為了方便起見，我們將以一個固定的拉力、推力開始，再透過重力、正向力、張力與摩擦力，來逐步介紹第二運動定律廣泛的應用內涵與運算方法。

(2) 失重處，可用 2nd law 測 $m \leftarrow$ 慣性質量

三、有重力，用天平測 $m \leftarrow$ 重力質量

推動重物 (圖 4-9)，與馬匹拉車是生活中較常見和較早接觸到對力的一些經驗，我們就先以此種推力或拉力，體會如何利用第二運動定律來處理與推力、拉力相關的運動問題。

磁磁
標準質量 M 。

$F = ma$

$F = m_0 a_0$

$\Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow M =$

(HW) p4 1 (1)-(3)

▲ 圖 4-9 必須施加推力才可使木箱移動。