

10-4 量子論的發現 — 光電效應

普朗克在研究黑體輻射時，對空腔中帶電粒子的振動做了量子化的假設，愛因斯坦則在研究之後做了進一步的詮釋，認為電磁波能量本身就是量子化而非連續的。此一不連續的概念似乎與古典電磁理論中將光視為波動有很大的差異，後來我們才逐漸瞭解光不但具有波動性，同時也具有粒子的性質，這個概念的突破對之後的物理學家起了觸類旁通的效果，從而開啟了近代物理中極為重要的一門學問—量子力學（quantum mechanics）。現在我們就來看看愛因斯坦如何以量子化的概念來解釋光電效應。

10 1. 光電效應的發現

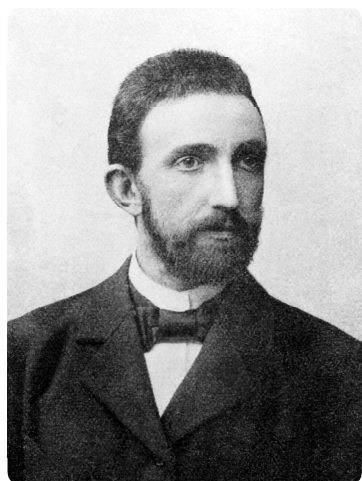
1864 年，馬克士威建立電磁學理論，預測電磁波的存在，並指出光是一種電磁波之後，於 1887 年，赫茲首次以火花放電的實驗證明電磁波確實存在。同時他也在實驗中觀察到，偵測線圈的電極如果受到發射電極的火花照射時，所感應生成的火花會較強。並且他發現利用一塊普通玻璃來屏蔽發射電極的火花，可以有效降低這種效應，但是石英玻璃則否。接著他利用一塊石英玻璃製成三稜鏡，將發射電極的火花分解成它的成分色光。結果他發現是由於紫外光的照射，而使得偵測線圈的電極較容易放電，因此產生較強的火花。後來的學者重新檢視赫茲的實驗，認為這正是光電效應的表現，也是最早發現的光電效應現象。但是當時赫茲因為忙著進行電磁波的偵測實驗，對光電效應沒有繼續追究下去。

直到 1888 年，另一位德國物理學家霍爾伐克士（Wilhelm Hallwachs, 1859-1922）對赫茲所發現的光電效應極感興趣進行更進一步的實驗，他用紫外光照射置於絕緣底座上的鋅板，結果發現鋅板帶正電，驗證了似乎可以利用光照的方式使金屬帶電的猜測。

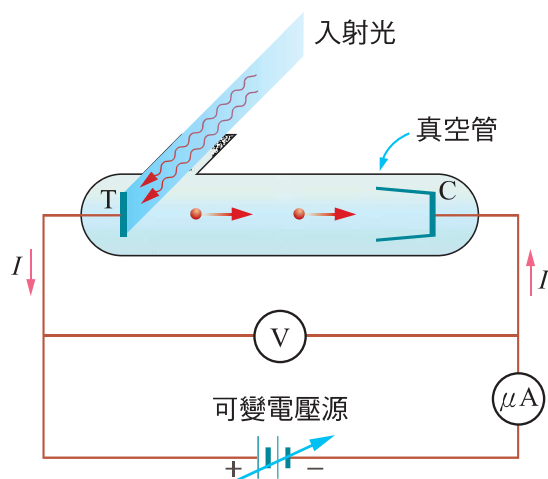
但有關光電效應的成因一直隱晦不明，到了 1899 年，湯姆森利用紫外光照射陰極射線管的陰極，在不加高電壓的情況下，發現陰極表面依然會放射出電子，為區別起見，他將由於光的照射而從金屬表面脫出的電子，稱為光電子（photoelectron），所形成的電流稱為光電流（photocurrent）。今天我們知道光電子就是一般的電子，兩者之間並無不同。

2. 光電效應實驗

直到 1902 年，德國物理學家雷納（Philip Lenard, 1862-1947，獲頒 1905 年諾貝爾物理獎，圖 10-30）利用圖 10-31 所示的實驗裝置，對光電效應作了詳細而有系統化的研究，才逐漸揭露光電效應的現象。



▲ 圖 10-30 雷納。



▲ 圖 10-31 光電效應的實驗裝置圖。利用紫外光照射金屬靶 T，會放射出電子，朝向收集電極 C 運動，形成光電流。當調整電源的電壓，使電極 C 為低電位時，可以阻止光電子的運動，使光電流減小。

他在真空管內置入一金屬靶 T 和一收集電極 C，當以紫外光照射金屬靶 T 時，金屬靶會放出光電子，朝向電極 C 運動，形成光電流。光電流中各個電子的運動有快有慢，透過調整連接兩電極 T 和 C 的可變電壓源，可以測得電子運動的最大速度。由於可變電壓源的調整，可以使電極 C 為高電位或低電位。當電極 C 為低電位時，TC 之間的反向電壓可以阻止光電子的運動，連帶使光電流減小。逐漸增大此反向電壓可

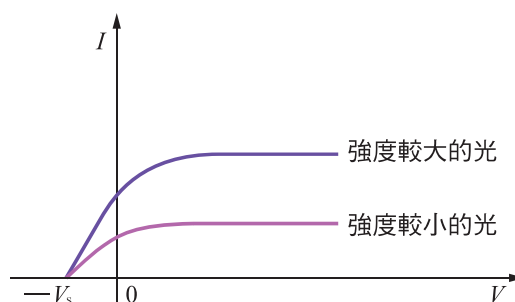
使光電流降為零，此時的電壓為**遏止電位**（stopping potential），以 V_s 表示。此時即便是具有最大動能的電子亦無法到達 C 極。因為光電子通過電位差為 V_s 的反向電場，所增加的電位能 eV_s 恰等於光電子原本擁有的最大動能 K_{\max} ，即

$$5 \quad K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = eV_s \quad \text{10-13 式}$$

其中 e 為電子的電荷，此式描述即便是原本具有最大速度 v_{\max} 的電子，其動能也全轉為電位能而無法到達收集電極 C，因此光電流為零。

雷納在實驗中改變照射光的頻率、強度及以不同的金屬做靶，結果發現光電效應具有以下特性：

- 10 1. 照射光的頻率必須大於某一特定值 ν_0 才能產生光電流。此特定的頻率 ν_0 稱為**截止頻率**（cutoff frequency），其對應的波長稱為**截止波長** λ_0 。**截止頻率和金屬靶的材質有關**。若照射光的頻率小於 ν_0 ，不管光的強度多大或照射時間多久，都不會產生光電流。



- 15 2. 只要照射光的頻率大於截止頻率 ν_0 ，即使光的強度微弱，也能立即產生光電流。

- 20 3. 以相同頻率（大於截止頻率 ν_0 ）但不同強度的單色光照射同一電極，發現光電流和照射光的強度成正比，而遏止電位 V_s 與照射光的強度無關，如圖 10-32 所示。

▲ 圖 10-32 在光電效應的實驗中，以相同頻率不同強度的單色光照射同一電極，發現光電流和照射光的強度成正比，而遏止電位與照射光的強度無關。

雖然雷納的實驗數據不夠完整，未能歸納成精確的數學式來表達實驗結果，但是他的實驗發現卻已帶給科學家們甚大的困惑。因為當時已
25 確認光的電磁波性質，當光照射金屬表面時，帶進來振盪的電場和磁場，而光的強度和電場的振幅有關，和頻率無關。因此不管光的頻率如

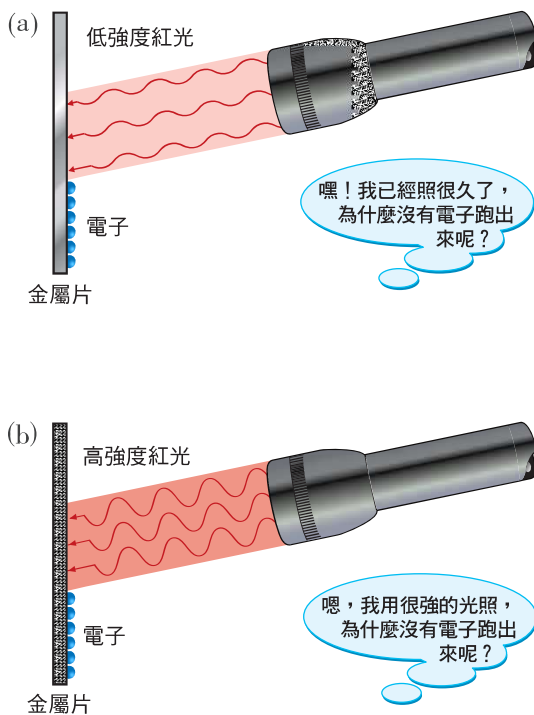
何，只要光照的時間夠長，即電子受電場作用的時間夠長，應可使金屬表面的電子得到足夠的動能，克服所受的束縛脫出金屬形成光電流（如圖 10-33 (a)）。同樣地，只要光的強度夠大，即使照射時間不長也應能形成電流（如圖 10-33 (b)）。但事實並非如此，若是照射光的頻率低於截止頻率 ν_0 ，則照射再久、強度再大都不會產生光電流。

5

另一方面，當照射光的頻率大於截止頻率且維持不變，若提高光的強度，則電子受到較大的電場作用，因此脫出金屬光電子的最大動能應較大（如圖 10-34 (a)(b)），需要較大的遏止電位阻止其運動，但實驗結果卻顯示遏止電位和光的強度無關，反而是和照射光頻率有關。這種種矛盾說明光電效應顯然無法用傳統光的波動說來解釋。

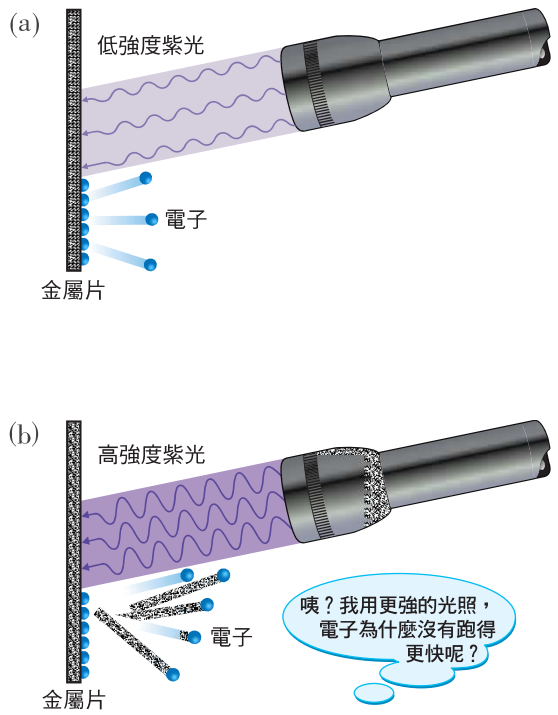
10

古典理論無法解釋的現象(一)



▲ 圖 10-33 若是照射光的頻率低於截止頻率，則不管(a)照射再久或(b)強度再大，均不會產生光電流。

古典理論無法解釋的現象(二)



▲ 圖 10-34 若是照射光的頻率高於截止頻率，則以相同頻率但(a)強度較小或(b)強度較大的光照射，脫出金屬電子的最大動能竟然相等。

3. 愛因斯坦對光電效應的解釋

直到 1905 年，愛因斯坦提出一個嶄新的概念，才終於能從根本解釋光電效應。愛因斯坦採用量子的想法，認為電磁波是由許多光量子所組成，每一個光量子的能量為

5

$$E = h\nu$$

10-14 式

式中 ν 為電磁波的頻率， h 為普朗克常數。光量子的名稱在 1926 年改稱為光子 (photon) 並沿用至今。正如同前面學到的量子的概念，光子的能量不能分割，是電磁波的最小能量單位，當原子放出或吸收光的能量時，是以整個光子的能量來轉移，因此能量的變化是不連續的。在單色光 (單一頻率) 中，所有光子的能量都相同，光的強度實際上是代表在光的行進路徑上，每單位時間內通過單位截面積的光子數目^註，故光的強度愈強表示通過的光子的數目愈多，反之則愈少。光子具有類似粒子的性質，愛因斯坦提出光子的動量 p 為

10

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

10-15 式

15 式中 λ 為單色光的波長。此式指出光的波動性 λ 和粒子性 p 之間的關係。



嚴格來講，光強度的定義是每單位時間內通過單位截面積的光能，但對單色光而言，光能正比於光子數目，因此此處簡化成以光子數目代表光能。

◎範例 10-4

- (1) 若是將可見光的波長當作約為 550 nm 的平均值，試求每一個可見光光子的能量與動量分別是多少？
- (2) 若有一顆功率為 100 W 的燈泡，並假設其輻射出的可見光功率為其消耗電能功率的百分之十，試估算這顆燈泡每秒所發射的可見光光子數。

5

[解答] (1) 由 (10-14) 式，得一個可見光光子的能量為

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{\lambda}$$

$$= \frac{1.99 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{m}}{\lambda} \quad \text{①}$$

代入可見光光子的波長 $\lambda = 550 \text{ nm}$ ，得

$$E = \frac{1.99 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{m}}{550 \times 10^{-9} \text{ m}} = 3.62 \times 10^{-19} \text{ J}$$

10

由於在計算光子的能量時，常以電子伏特（符號為 eV）為單位，且 $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ ，而波長則用奈米（nm）為單位，故可改寫①式為

$$E = \frac{(1.99 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{m})(10^9 \text{ nm/m}) / (1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{\lambda}$$

$$= \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda} \quad \text{②}$$

由上式亦可得一個波長為 550 nm 的可見光光子能量為

15

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{550 \text{ nm}} = 2.25 \text{ eV}$$

另外利用 (10-15) 式，得一個波長為 550 nm 的可見光光子動量為

$$p = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{550 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1.20 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(2) 此燈泡每秒所輻射出的可見光能量為 (100 W)(10%)(1 s)

$$= 10.0 \text{ J}，故每秒所發射的可見光光子數為 \frac{10.0 \text{ J}}{3.62 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

20

$$= 2.76 \times 10^{19} \text{ 個}。$$

利用此一大膽的光子概念，愛因斯坦認為當頻率為 ν 的光照射金屬靶時，相當於有許多能量為 $h\nu$ 的光子入射到金屬靶上。在光子和電子的交互作用過程中，若光子的能量足以讓電子脫離束縛，則一個光子的能量會全部轉移給一個電子。電子獲得的能量有一部分用來脫離金屬對電子的束縛，剩餘的能量則成為電子脫離金屬後的動能。金屬中各電子受到的束縛程度不盡相同，由於最靠近金屬表面的電子所受的束縛最弱，脫離時所需的能量最小—此最小能量稱為**功函數**（work function） W ，它只和金屬的種類有關，因此這些電子脫離金屬後具有最大的動能 K_{\max} ，其能量關係可寫成

$$K_{\max} = h\nu - W \quad \text{10-16 式}$$

此式稱為**愛因斯坦光電方程式**（Einstein's photoelectric equation）。

由（10-16）式可知，若降低照射光的頻率，則光電子的動能也隨之減小。當 K_{\max} 等於零時，即代表沒有光電子產生，此時所對應的頻率即是截止頻率 ν_0 ，即

$$W = h\nu_0 \quad \text{10-17 式}$$

將（10-13）和（10-17）兩式，代入（10-16）式，可得

$$eV_s = h\nu - h\nu_0$$

或整理

$$V_s = \frac{h}{e} (\nu - \nu_0) \quad \text{10-18 式}$$



想一想

若是以照射光的頻率 ν 為橫軸，遏止電位 V_s 為縱軸，則可將（10-18）式繪成一條斜直線，想想看這條斜直線的斜率為何？這個數值有何重要之處呢？

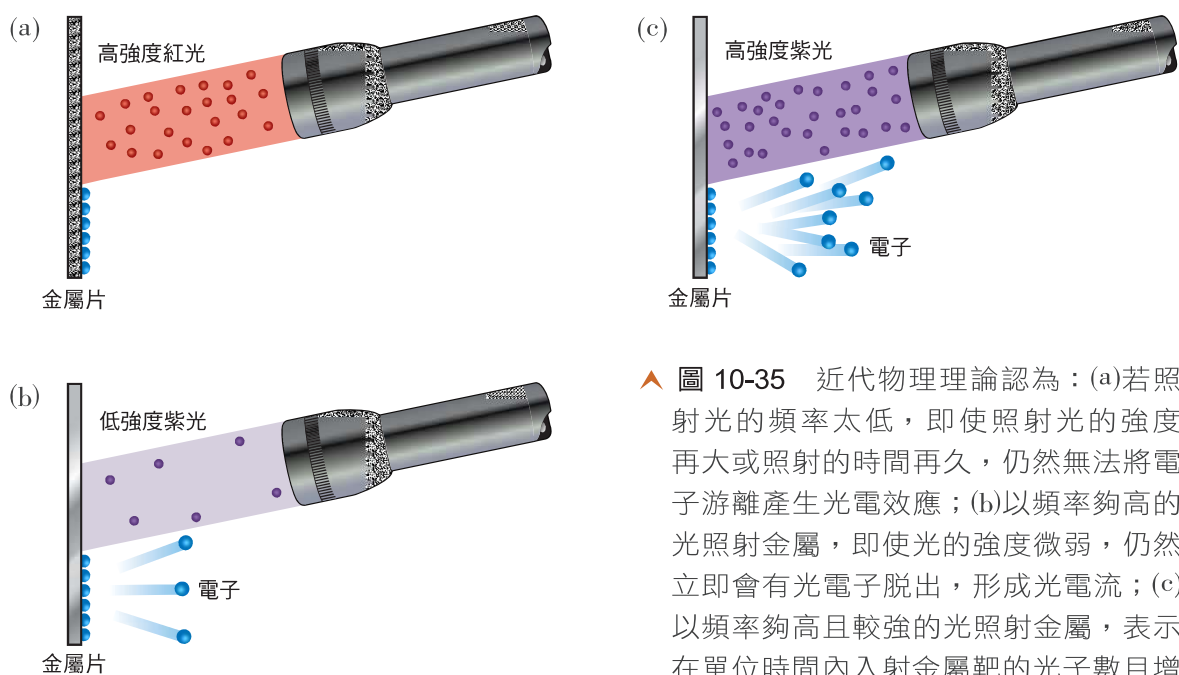
由(10-17)或(10-18)式均可看出，若照射光的頻率 ν 小於截止頻率 ν_0 ，則由於照射光子的能量小於電子脫離金屬所需的最小能量，即使照射光的強度再大或照射的時間再久，因為每個光子的能量仍然相同，即使有較多的光子打到金屬靶上，也無法將電子游離產生光電效應，如圖 10-35 (a)。反之，若照射光的頻率 ν 大於 ν_0 ，電子獲得光子的

5 能量會大於脫離金屬所需的最小能量，所以即使光的強度微弱，只有極少光子打到金屬靶上，仍然立即會有光電子脫出，形成光電流，如圖 10-35 (b)，並且由於電子受到光子的撞擊，會立即獲得能量，故光電流的產生不會有時間延遲的現象。

另一方面，如果照射光的頻率不變，但光的強度增大，則表示在單

10 位時間內，入射金屬靶的光子數目增多，光子和金屬中電子的碰撞次數也成比例增加，因此單位時間內從金屬表面脫出的光電子數也隨之成比例增大，故所產生的光電流和照射光的強度成正比（如圖 10-35 (c)）。

近代物理想法



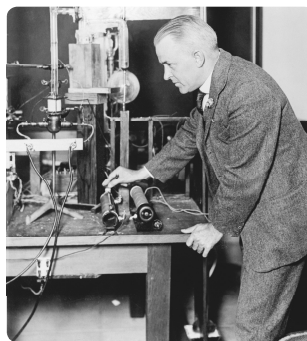
▲ 圖 10-35 近代物理理論認為：(a)若照射光的頻率太低，即使照射光的強度再大或照射的時間再久，仍然無法將電子游離產生光電效應；(b)以頻率夠高的光照射金屬，即使光的強度微弱，仍然立即會有光電子脫出，形成光電流；(c)以頻率夠高且較強的光照射金屬，表示在單位時間內入射金屬靶的光子數目增多，故產生的光電流也較大。



想一想

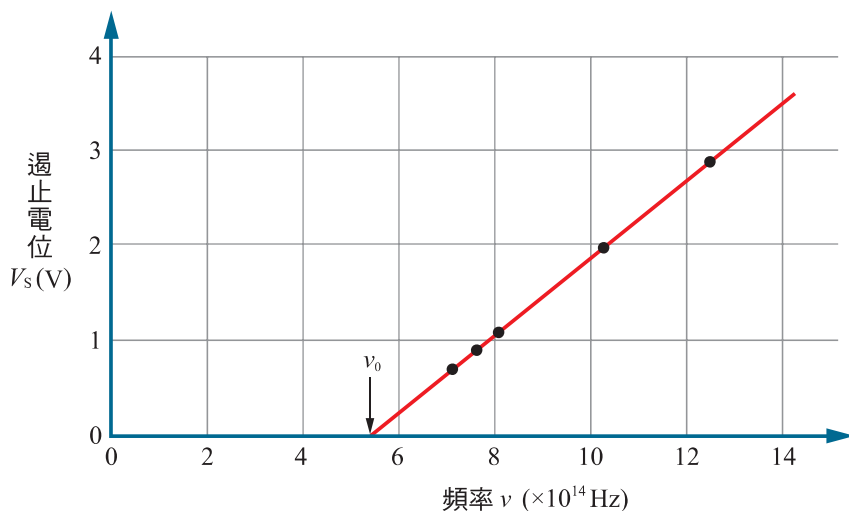
請利用愛因斯坦光電方程式說明圖 10-32 中，以相同頻率但不同強度的單色光照射同一電極，為什麼會有相同的遏止電位？

由前面的敘述可知，愛因斯坦的光子理論，似乎可以完全解釋雷納的光電效應實驗結果，但是光子同時具有波動和粒子兩種性質 — 稱為**波粒二象性**（wave-particle duality），畢竟是一個極富挑戰性的創新概念，因此在當時受到一些科學家的質疑。密立坎就不認同愛因斯坦的光子理論，他企圖以精確的實驗數據來駁倒愛因斯坦的理論。密立坎對光電效應進行了前後長達十年的實驗研究（圖 10-36），於 1916 年發表他的實驗結果，反而有力地證實愛因斯坦光電方程式的正確性。



▲ 圖 10-36 密立坎研究光電效應的實驗裝置。

圖 10-37 為密立坎以鈉為金屬靶所做的光電效應實驗數據。圖中橫軸為照射光的頻率 ν ，縱軸為遏止電位 V_s ，實驗數據點幾乎完全落在愛因斯坦光電方程式所推得的 (10-18) 式直線 $V_s = \frac{h}{e} (\nu - \nu_0)$ 上。進一步比較圖 10-37 與 (10-18) 式，除了可以看出圖中直線在橫軸上的截距恰為截止頻率 ν_0 ，並推得鈉的功函數 $h\nu_0$ 外，還可以從其斜率推得普朗克常數，密立坎由此實驗所得的普朗克常數 $h = 6.56 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，幾乎和普朗克由黑體輻射所得的相同。



◀ 圖 10-37 密立坎的光電效應實驗數據（黑點）和愛因斯坦的光電方程式（紅色斜直線）完全吻合。

由於愛因斯坦解開了光電效應的困惑，在 1921 年獲頒諾貝爾物理獎。而密立坎也由於油滴實驗和光電效應實驗上的成就，獲得 1923 年諾貝爾物理獎。然而光子同時兼具波動和粒子性質的複雜現象仍是如此令人費解，也引導後來的物理學家發展出一套完備的量子理論，來描述光甚至一般物質的波粒二象性，奠定了二十世紀科學飛速進展的基礎。 5



想一想

在光電效應的實驗中，若換用不同的金屬靶，則所得遏止電位對照射光頻率的關係曲線，有何差異？有何共同的性質？

範例 10-5

已知鉀的功函數為 2.1 eV，現以波長為 400 nm 的紫色光照射鉀金屬的表面，則

- (1) 放射出的光電子的最大動能是多少？
- (2) 遏止電位是多少？
- (3) 截止頻率和截止波長分別是多少？

10

[解答] (1) 照射的紫色光光子能量為

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3.1 \text{ eV}$$

由 (10-16) 式可得放射出的光電子的最大動能為

$$K_{\max} = h\nu - W = 3.1 \text{ eV} - 2.1 \text{ eV} = 1.0 \text{ eV}$$

- (2) 利用 (10-13) 式，可得遏止電位為

15

$$V_s = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{1.0 \text{ eV}}{e} = 1.0 \text{ V}$$

- (3) 由 (10-17) 式可得 $W = h\nu_0 = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda_0}$ ，故截止波長為

$$\lambda_0 = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{W} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{2.1 \text{ eV}} = 590 \text{ nm}$$

$$\text{而截止頻率為 } \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{590 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5.1 \times 10^{14} \text{ Hz}$$