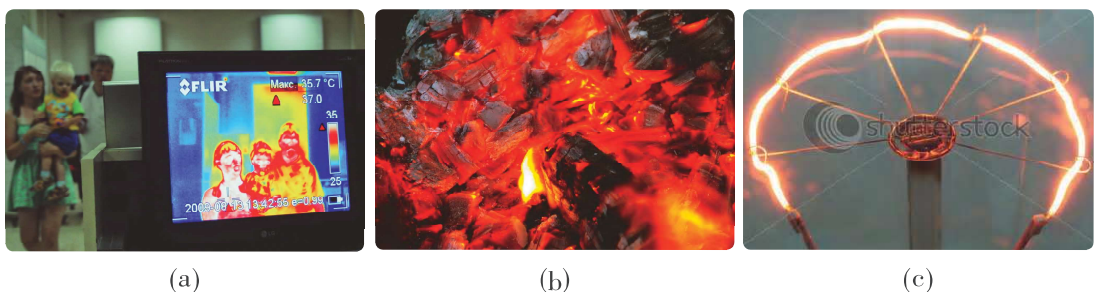


10-3 量子論的發現 — 黑體輻射

在二十世紀初期，除了前述如電子、X 射線等在實驗上的重大發現外，在理論研究上也醞釀著革命性的突破。回顧光學的發展，到了十九世紀末，光的波動性質已由實驗確定，光乃電磁波的一部分。然而德國物理學家普朗克在研究熱輻射時，察覺到必須假設電磁輻射的能量是不連續的，理論才能與實驗結果相符合。接著就讓我們來看看這一段物理學的大躍進。

1. 熱輻射

在十九世紀末，科學家其實已經能相當精確地測得物體因發熱而放射出的連續光譜，但是始終未能從理論上給予圓滿的解釋。其實任何物體只要溫度在絕對零度以上，都會放射出電磁波。在室溫時，物體所發出的電磁波強度相當弱，不易為人所察覺。隨著物體的溫度逐漸升高，放射出的電磁波先是主要在紅外線的範圍，如圖 10-22 (a)，使我們靠近物體時會有熱的感覺。物體的溫度再升高至約 1000 K 時，其表面呈現暗紅或紅色，例如烤肉時燃燒的木炭，如圖 10-22 (b)。當溫度更高至約 2000 K 時，物體表面發出橙色的光輝，例如白熾燈泡內的鎢絲，如圖 10-22 (c)。由於這些電磁波的輻射和物體的溫度有關，所以稱為熱輻射 (thermal radiation)。



▲ 圖 10-22 不同溫度的物體會輻射出不同的電磁波：(a)人的體溫輻射出紅外線；(b)燒紅的木炭輻射出紅光；(c)加熱的燈絲輻射出橙光。

物體的熱輻射究竟是如何產生呢？根據電磁學的理论，當帶電粒子作加速運動時，就會放射電磁波。物體的分子或原子內的帶電粒子經常在作無規的熱擾動，由於伴隨有加速度，因此產生了熱輻射。在此需注意的是：熱輻射是從物體的表面所發出，因此決定於物體表面分子或原子的熱擾動。另一方面，由於分子或原子的熱擾動可有多種模式，故各個帶電粒子的加速度也有差異，因此放射出來的電磁波不是只有單一波長，而是呈現連續的分布，也就是我們看到的連續熱輻射光譜。

2. 黑體

物體能輻射出能量，也能吸收外來的輻射能量。通常物體對於來自周圍環境的熱輻射會吸收其中的一部分能量，而反射其餘的部分。如果物體在每單位時間內所輻射出的能量多於所吸收的熱輻射能量時，其溫度將會下降，反之則溫度會上升。因此當物體和周圍的環境達到熱平衡時，物體在單位時間內所放出的和所吸收的熱輻射能量必定相等。可見良好的熱輻射吸收體，必定也是良好的熱輻射放射體。黑色表面的物體容易吸收外來的熱輻射能量，同時也容易輻射出能量。

由於極佳的熱輻射吸收體也是極佳的熱輻射發射體，因此可以單純得到物體因溫度所造成的熱輻射，而不會受到表面反射光的干擾，這種理想的熱輻射吸收體稱為黑體（black body）。利用黑體來研究熱輻射與溫度的關係可以不受材料性質的影響，因此可以得到較簡明的結果。

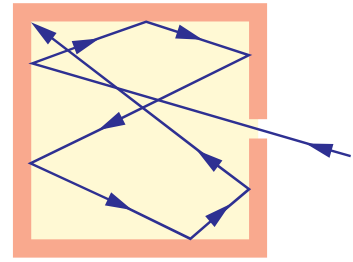


黑體不一定是黑色的

雖然正文中描述黑色表面的物體有極佳的熱輻射吸收，也有極佳的熱輻射發射，可以視為黑體，但其實黑體不一定是黑色的，例如觀察天上發光的恆星，觀察到的光之中來自反射的部分微不足道，而幾乎完全是由恆星本身溫度所造成的熱輻射，因此在天文學中天上發光的恆星亦可視為黑體。

3. 黑體輻射

黑體不一定需要具有黑色的表面，如圖 10-23 所示，在一中空的密封容器壁上鑽一個小孔到達內部空腔 (cavity)，則不論器壁的材質為何，從小孔進入空腔的電磁波，在內部經多次反射後，幾乎全部被吸收而無從逸出，非常近似黑體的性質。因此從空腔小孔中所放出的熱輻射——稱為空腔輻射 (cavity radiation)，可視為黑體輻射 (black body radiation)。

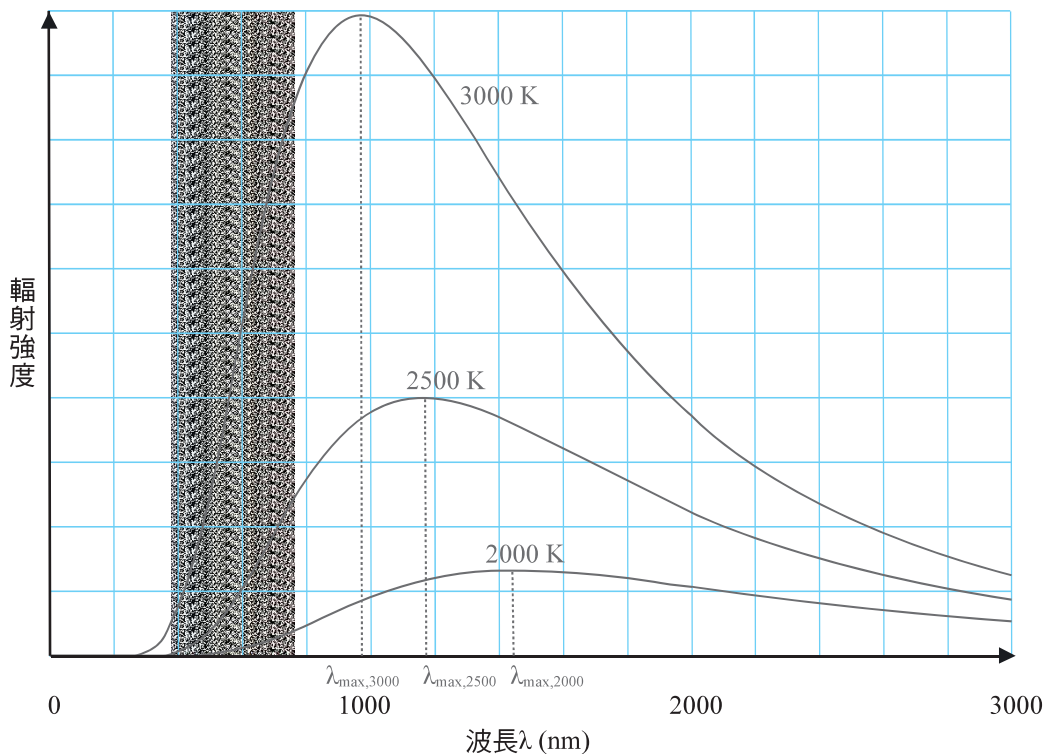


▲ 圖 10-23 從小孔進入空腔的電磁波，經多次反射後，幾乎全部被吸收而無從逸出。因此空腔可視為黑體。

5

10

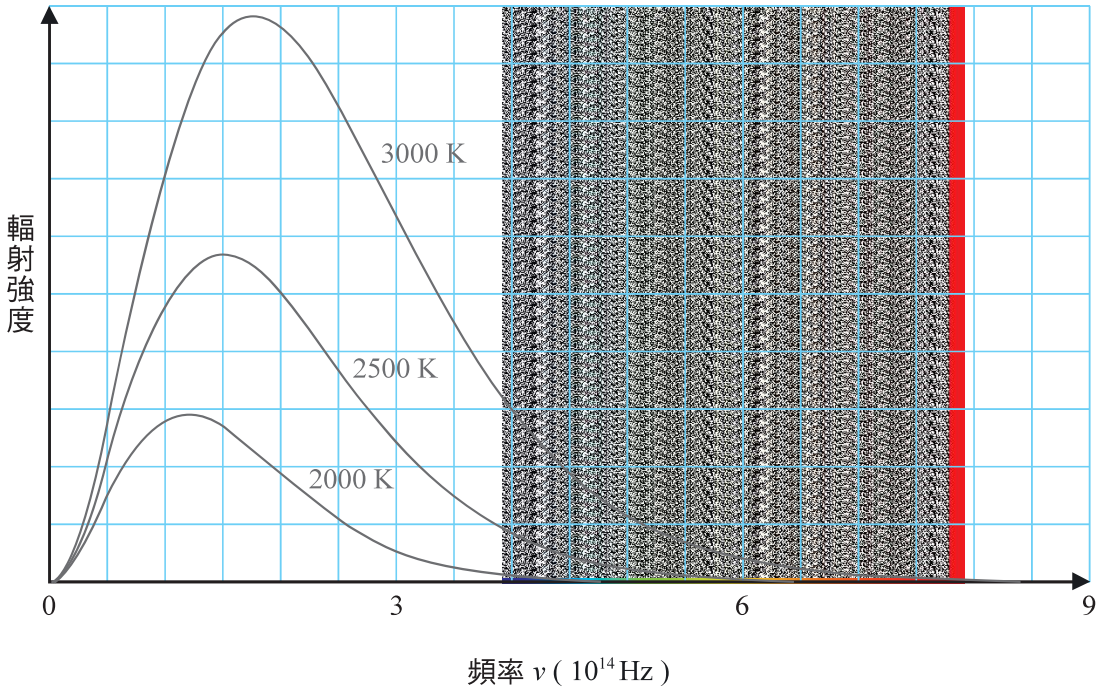
圖 10-24 所示為在三個不同的溫度，從實驗中所測得的黑體輻射的強度對波長的分布曲線。由圖中可看出，黑體的溫度愈高，在涵蓋的每一個波段所發出的熱輻射強度都會愈強。值得注意的是最大熱輻射強度所對應的波長 λ_{\max} ，會隨溫度 T 的升高而減短，兩者之間有反比的關係。



15

▲ 圖 10-24 不同溫度下的黑體輻射強度對波長分布圖。

有時候我們也會換個角度，看看黑體輻射的強度對頻率分布曲線，如圖 10-25 所示。

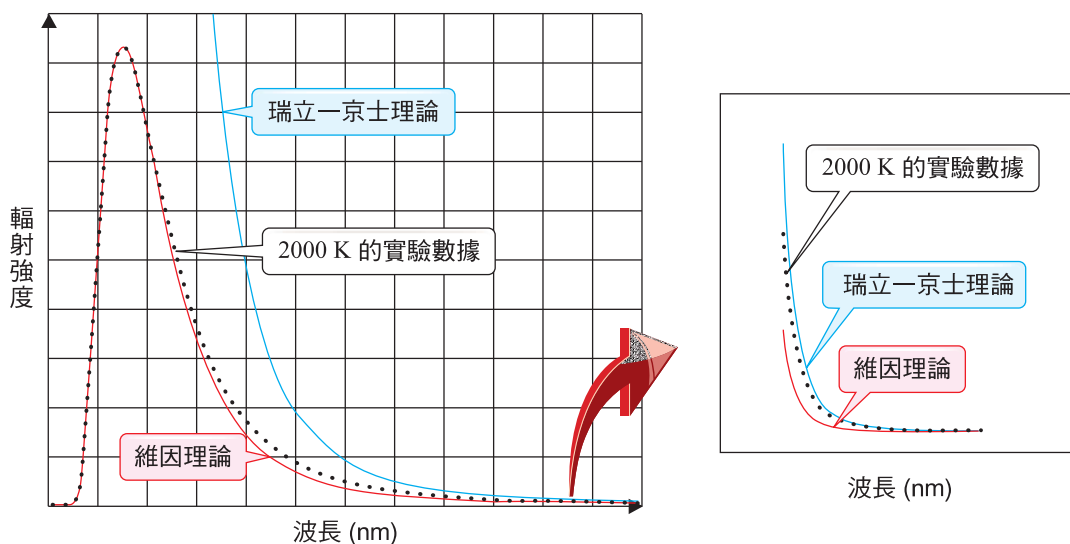


▲ 圖 10-25 不同溫度下的黑體輻射強度對頻率分布圖。

由空腔輻射的實驗測量結果得知，熱輻射強度的分布曲線，完全和空腔器壁的材質無關，僅和其溫度有關。這顯示圖 10-24 所示的曲線具有普適性，隱含有自然界的重要基本定律在內。

1896 年，德國物理學家維因（Wilhelm Wien, 1864-1928，獲得 1911 年諾貝爾物理獎）從熱力學的觀點出發，來解釋黑體輻射曲線，由於熱力學只能給出一般性的通解，為了針對黑體輻射的問題做處理，他引進了一些特殊模型得到一個經驗結果，此一結果在短波長部分固然與當時
 10 實驗數據吻合度相當好，但在長波長部分則無論如何調整，都無法減少誤差（圖 10-26）。1900 年，英國物理學家瑞立（Lord Rayleigh, 1842-1919，獲得 1904 年諾貝爾物理獎）結合熱力學和電磁學的理論，假設電磁波在空腔中會形成駐波，而提出另一個黑體輻射的理論關係式，後經英國物理學家京士（James Jeans, 1877-1946）做些許修改，稱為瑞立—
 15 京士理論。這個理論剛好可以彌補維因理論之不足，能合理解釋長波長

部分的實驗數據，但在短波長的部分則產生嚴重的偏差（圖 10-26）。上述理論都是堅實地建立在當時所知的物理學理論基礎上，既然無法符合實驗數據，表示古典物理的理論可能潛存有基本上的缺陷。



▲ 圖 10-26 維因理論（紅色曲線）雖符合短波長的數據（黑色數據點），但在長波長的部分則有偏差。瑞立-京士理論（藍色曲線）則在長波長的部分成功地符合數據，但在短波長的部分則完全失敗。

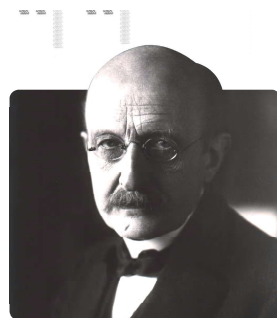


為什麼不是維因理論

第一次看到圖 10-26 的你應該跟很多人一樣，認為維因理論比起瑞立-京士理論更能解釋黑體輻射的實驗數據，實際上當年維因理論確實也頗被科學界看好，但事實上維因是利用調整參數的方法得到與實驗很接近的經驗結果，其理論部分並不完整，因此在長波長部分所產生的誤差無論如何調整參數皆無法縮小，反觀瑞立-京士理論則是建立在堅實的理论基礎上，雖然初看在短波長部分有較大的誤差，但在後文中你會看見只要引進能量量子化的概念，則其短波長部分的誤差便可以馬上被修正。你是否從中體會到物理的研究發展不只是數學，也不只是整體看起來接近就好，還必須在每一個理論細節都正確無誤才可以。

4. 普朗克的量子論

普朗克（圖 10-27）從統計熱力學的觀點來思考黑體輻射的問題。他先找到了一個數學式可以完全吻合黑體輻射的實驗數據。為了提供該數學式的理論基礎，他在 1900 年 12 月提出了革命性的概念—量子。



▲ 圖 10-27 量子概念的創始者—普朗克。

普朗克認為空腔壁上的每一個電荷的振動皆相當於一個做簡諧振動的振子（oscillator），每個振子各有其振盪頻率。他假想振子的能量不是任意連續的量值，而僅能是某一最小能量的整數倍。若振子的頻率為 ν ，則按照普朗克的想法，該振子的能量 E 僅可能為 $h\nu$ 、 $2h\nu$ 、 $3h\nu$ 、 \dots ，可表示成如下關係式

$$E = nh\nu$$

10-11 式

式中的 n 為正整數，稱為量子數（quantum number）。 h 為比例常數，稱為普朗克常數（Planck constant）。



量子的意義

量子（單數為 quantum，複數為 quanta）一詞主要是描述一個不連續的概念，亦即一物理量的數值僅能是某些特定值而不能是任意值，例如正文中描述的簡諧振子其能量僅可為特定的 $h\nu$ 、 $2h\nu$ 、 $3h\nu$ 等等，而不能是任意的如 $1.1 h\nu$ 、 $\sqrt{2} h\nu$ 、 $\frac{5}{3} h\nu$ 等等。

振子所處的能量狀態，稱為量子態（quantum state），例如若振子能量為 $h\nu$ ，則代表處於 $n = 1$ 的量子態；若為 $2h\nu$ ，則代表處於 $n = 2$ 的量子態，餘類推。像這樣振子僅能處於不連續的一些特定能量之現象，稱為能量量子化（quantization of energy），而這些允許的能量狀態我們現在稱為能階（energy level）。



普朗克的量子論

普朗克認為物體中每一個帶電粒子各有其自然振動頻率 ν_1 、 ν_2 、 ν_3 、 \dots ，至於以某個頻率振動的振子占了全部的多少則遵守波茲曼分布（Boltzmann distribution）。當某個振子以頻率 ν 振動時，它也會輻射出頻率為 ν 的電磁波，然而隨著振子振幅不同，其輻射出的能量也不相同，普朗克認為振子只能以某些特定振幅振動，因此只能輻射出 $h\nu$ 、 $2h\nu$ 、 $3h\nu$ 、 \dots 、 $nh\nu$ 等特定能量，亦即量子數其實是描述振子以不同的振幅振動，因而處於不同的能階、輻射出不同的能量。

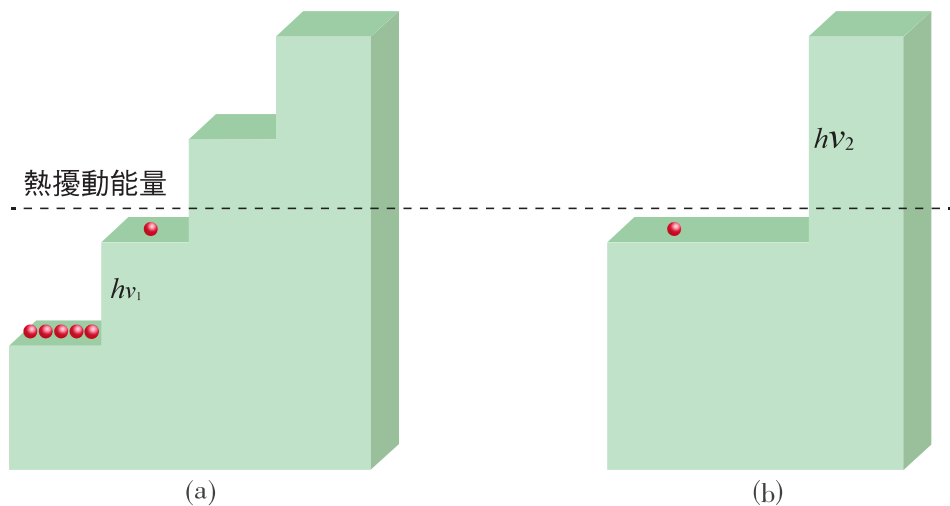


在近代物理中一般習慣以 ν （發音如 new）表示頻率。

讓我們以普朗克的量子假設為基礎，重新檢視瑞立-京士理論，因為雖然瑞立-京士理論在短波長的部分會產生嚴重的偏差，但其實其內涵所描述的均是正確的物理概念，只獨缺能量量子化的概念。一旦引進能量量子化的概念後，則不同頻率的振子各有其最低的能量門檻 $h\nu$ ，因此在討論某固定溫度的情況下，頻率愈高（即波長愈短）的振子愈難因熱擾動而振動起來（如圖 10-28 所示），既然帶電粒子不振動當然就不會輻射出能量，因而輻射強度迅速減小，解決了短波長部分有嚴重偏差的問題。普朗克正是利用能量量子化的假設，導出完全吻合黑體輻射實驗數據的理論公式，並得出前述的比例常數，目前普朗常數 h 的公認值為

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

10-12 式



▲ 圖 10-28 (a)頻率較低的振子其能量門檻亦較低，而(b)頻率較高的振子由於能量門檻較高，較難因熱擾動振動起來。

普朗克的量子想法和傳統物理大相逕庭，剛發表時並未受到很大的重視，後經愛因斯坦的擴充詮釋，其所蘊含的意義才逐漸明朗，啟動了物理史上的大革命時代。由於普朗克在開啟物理新概念的重大貢獻，於1918年獲頒諾貝爾物理獎。

◎ 範例 10-3

有一力常數為 $k = 200 \text{ N/m}$ 的彈簧，一端固定在牆壁上另一端則繫有質量為 $m = 0.50 \text{ kg}$ 的物體，在光滑水平面上作振幅為 $A = 0.20 \text{ m}$ 的簡諧運動，試求

- (1) 簡諧運動的振盪頻率 ν 及系統的能量 E 。
- 5 (2) 根據普朗克能量量子化的假設，此振盪系統一個量子的能量為何？
- (3) 承(2)，此振盪系統現有狀態的量子數為何？

[解答] (1) 簡諧運動的振盪頻率為 $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200 \text{ N/m}}{0.50 \text{ kg}}} = 3.2 \text{ Hz}$

系統的能量為 $E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} (200 \text{ N/m}) (0.20 \text{ m})^2 = 4.0 \text{ J}$

(2) 振盪系統一個量子的能量為

$$10 \quad h\nu = (6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (3.2 \text{ Hz}) = 2.1 \times 10^{-33} \text{ J}$$

(3) 利用 (10-11) 式，可得此振盪系統現有狀態的量子數為

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{4.0 \text{ J}}{2.1 \times 10^{-33} \text{ J}} = 1.9 \times 10^{33}$$

由以上範例可知，相較於巨觀世界的能量變化而言，一個量子的能
 15 量非常微小，以致於看起來就像是能量可以連續變化一般，**不連續的量子效應**在巨觀世界中並不容易察覺，但在微觀世界中情況則大為不同。在以下的章節中，我們將可在原子尺度中見到明顯的量子現象。

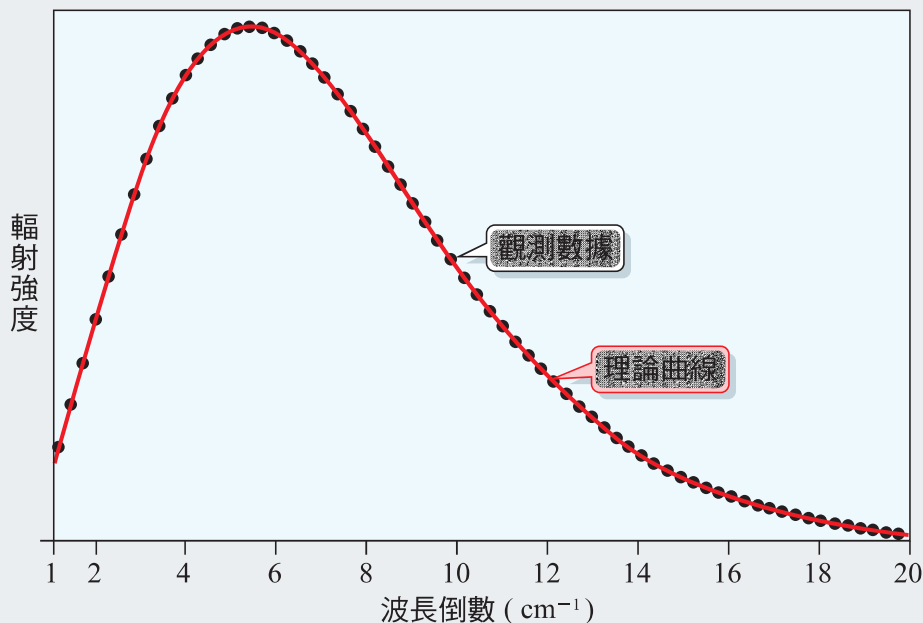


延伸閱讀

In-depth Readings

宇宙微波背景輻射

還記得高一所學的宇宙學簡介嗎？現今流行的有關宇宙形成的學說，稱為**霹靂說**（big bang theory）。宇宙大約誕生於一百三十七億年前，由一團密度極大且溫度極高的火球爆炸後生成，之後宇宙持續膨脹，溫度逐漸降低。到了今天，宇宙充滿殘存的熱輻射，相當於溫度約為 2.74 K 的黑體，其最大熱輻射強度所對應的波長落在毫米的微波區域，稱為**宇宙微波背景輻射**（cosmic microwave background radiation）。1964 年，兩位美國無線電天文學家潘奇亞斯（Arno Penzias, 1933-）和威爾森（Robert Wilson, 1936-）意外地發現了宇宙背景輻射的存在，但是他們所測得的數據尚不夠完整。1989 年 11 月美國發射宇宙背景探測衛星（Cosmic Background Explorer，簡稱 COBE），在北極上空測得完整的宇宙微波背景輻射數據，使得人們對此有更深入的了解，而這個研究工作的其中一項成果便是確定此背景輻射與黑體輻射之理論完全吻合，如圖 10-29 所示：



▲ 圖 10-29

圖中橫軸為波長的倒數，縱軸為輻射強度。圖中的紅色平滑曲線代表黑體溫度為 2.74 K 的普朗克熱輻射理論曲線，和黑點所代表的觀測數據完全吻合，使霹靂說得到有力的驗證。