

## 8-3 載流導線在磁場中所受的磁力

### 1. 載流導線在均勻磁場中所受的磁力

載流導線在磁場中受力的現象首先由安培所發現，他在 1825 年所發表的論文中，記載了電流在磁場中受力的關係。由實驗中得知長度為  $\ell$ 、電流為  $i$  的一段載流直導線，在均勻磁場  $\vec{B}$  中，若導線與磁場方向垂直，如圖 8-28 (a) 所示，則導線所受磁力的量值  $F$  為

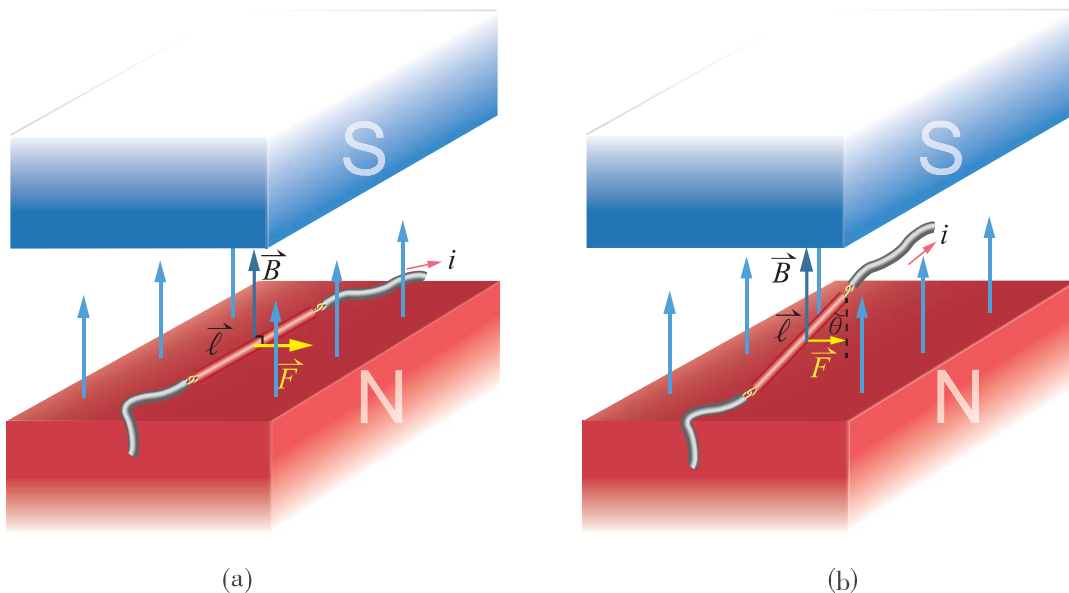
$$F = i\ell B$$

8-7 式

若導線與磁場的夾角為  $\theta$ ，如圖 8-28 (b) 所示，則導線所受磁力的量值  $F$  為

$$F = i\ell B \sin \theta$$

8-8 式



▲ 圖 8-28 載流直導線在均勻磁場中的受力。  
 (a) 導線與磁場垂直時，受力量值為  $i\ell B$ ；  
 (b) 導線與磁場夾角為  $\theta$  時，受力量值為  $i\ell B \sin \theta$ 。

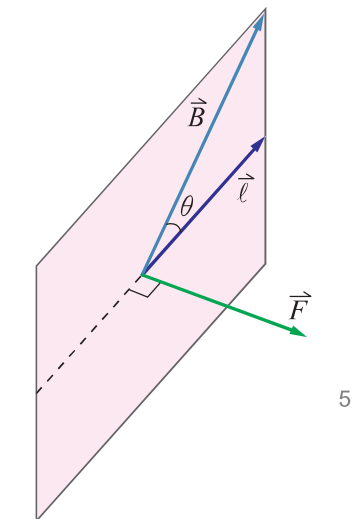
導線所受磁力  $\vec{F}$  的方向同時垂直於導線和磁場的方向，即垂直於導線和磁場所構成的平面，如圖 8-29 所示。若令  $\vec{\ell}$  的量值為導線的長度，方向為電流的方向，則  $\vec{F}$  可利用第一節學過的向量積來表示，即

$$\vec{F} = i \vec{\ell} \times \vec{B}$$

8-9 式

當導線與磁場方向垂直時，磁力最大；而當兩者平行時，磁力為零。(8-9) 式中電流的單位為安培，導線長度的單位為公尺，磁場的單位為特斯拉，而磁力的單位則為牛頓。由此可知磁場單位特斯拉定義如下：

長度為 1 公尺 (m)、電流為 1 安培 (A) 的載流直導線，置於均勻磁場中，導線和磁場方向垂直，若導線受力為 1 牛頓 (N) 時，則該磁場量值稱為 1 特斯拉 (T)，即  $1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$ 。



5

▲ 圖 8-29 導線所受磁力的方向即垂直於導線和磁場所構成的平面。

### ◎ 範例 8-7

如圖 8-30 所示，一邊長為 0.50 m 之正立方體，置於量值為 0.80 T、方向為 +x 向的均勻磁場中。立方體表面繞有曲折之導線，若導線上的電流為 0.30 A，則圖中 ab、bc 和 cd 各段導線所受的磁力為何？

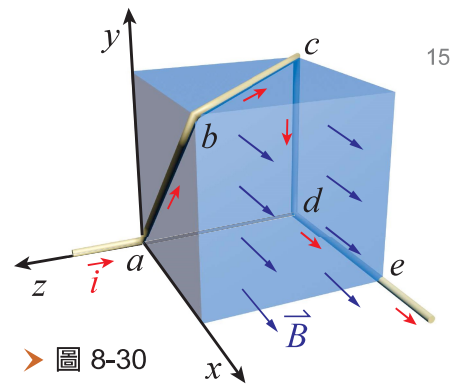
[解答] ab 段導線的長度為  $0.50 \sqrt{2}$  m，

向的夾角為  $45^\circ$ ，因此所受的磁力量值

為  $(0.30 \text{ A})(0.50 \sqrt{2} \text{ m})(0.80 \text{ T}) \sin 45^\circ = 0.12 \text{ N}$ ，方向為 -z 向。

bc 段導線的長度為  $0.50 \sqrt{2}$  m，與磁場方向的夾角為  $135^\circ$ ，因此所受的磁力為  $(0.30 \text{ A})(0.50 \sqrt{2} \text{ m})(0.80 \text{ T}) \sin 135^\circ = 0.12 \text{ N}$ ，方向為 -y 向。

cd 段導線的長度為 0.50 m，與磁場方向的夾角為  $90^\circ$ ，因此所受的磁 25  
力為  $(0.30 \text{ A})(0.50 \text{ m})(0.80 \text{ T}) \sin 90^\circ = 0.12 \text{ N}$ ，方向為 +z 向。



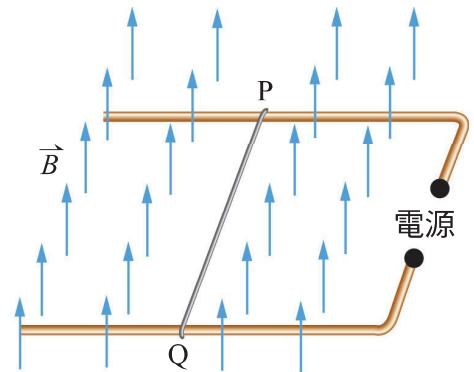
▶ 圖 8-30

15

20

◎ 範例 8-8

圖 8-31 的空間中有鉛直向上，量值為 0.12 T 的均勻磁場，水平面上有相距為 0.50 m 的平行軌條。質量為 0.10 kg 的 PQ 導線橫跨於兩軌條，與軌條之間的靜摩擦係數為 0.60。現在於 PQ 導線上通以電流，使 PQ 導線往左運動。試問



▲ 圖 8-31

- (1) PQ 導線上電流的方向為何？
- (2) 電流需要多大才能使 PQ 導線上開始運動？

[解答] (1) 由題意知作用在導線的力需向左，磁場方向向上，根據  $\vec{F} = i \vec{\ell} \times \vec{B}$  知，電流方向（即  $\vec{\ell}$  的方向）為由 P 至 Q。

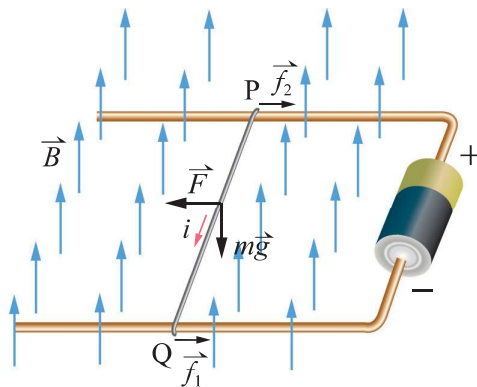
(2) 參考圖 8-32，設通過導線的電流為  $i$ ，PQ 導線受磁力為  $i\ell B$ ，方向向左。欲使 PQ 導線開始運動，磁力必須克服導線與軌條之間的最大靜摩擦力。最大靜摩擦力為圖中的  $\vec{f}_1$  和  $\vec{f}_2$  之和 ( $\vec{f}_1 = \vec{f}_2$ )，其量值為  $\mu_s mg$  ( $\mu_s$  為靜摩擦係數)，故

15

$$i\ell B \geq \mu_s mg$$

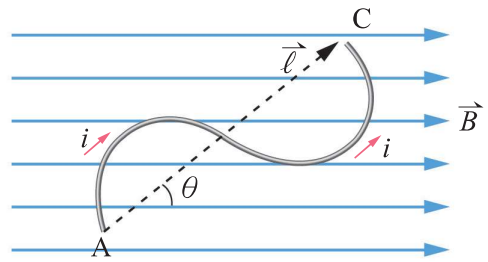
$$\text{電流為 } i \geq \frac{\mu_s mg}{\ell B} = \frac{(0.60)(0.10 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(0.50 \text{ m})(0.12 \text{ T})} = 9.8 \text{ A}$$

故電流最小值為 9.8 A。



▲ 圖 8-32

若均勻磁場中的導線不是直的，例如在圖 8-33 中，一任意形狀的載流導線（標示為實線）在均勻磁場  $\vec{B}$  中所受的磁力為  $\vec{F}$ ，則  $\vec{F}$  等於導線頭尾相連的載流直線  $\ell$  所受的磁力，即  $\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B}$  ( $\vec{\ell}$  的方向標示於圖中)，其量值等於  $F = i\ell B \sin\theta$ ，式中  $\theta$  為  $\vec{\ell}$  與磁場方向之間的夾角。



▲ 圖 8-33 一任意形狀的載流導線 (A 到 C 的曲線) 在均勻磁場中所受的磁力，等於其頭尾兩端相連的載流直線所受的磁力。

5

若導線為一封閉線圈，則  $\vec{\ell} = 0$ ，故  $\vec{F} = 0$ 。因此任一封閉線圈在均勻磁場中所受的磁力均為零。

10



### 任意形狀的載流導線在均勻磁場中受力的計算

載流直導線在均勻磁場中受力為  $\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B}$ ，導線如果不是直的，受力要怎樣計算呢？如圖 8-34 所示，在均勻磁場  $\vec{B}$  中，一彎曲導線 AC 載有電流  $i$ 。將導線 AC 分成許多小段  $\Delta\vec{\ell}_1$ 、 $\Delta\vec{\ell}_2$ 、 $\Delta\vec{\ell}_3$  等等，各小段的方向為電流流經該小段的方向。每一小段均可視為長度甚小的直導線，所受的磁力為

$$\begin{aligned}\Delta\vec{F}_1 &= i\Delta\vec{\ell}_1 \times \vec{B} \\ \Delta\vec{F}_2 &= i\Delta\vec{\ell}_2 \times \vec{B} \\ \Delta\vec{F}_3 &= i\Delta\vec{\ell}_3 \times \vec{B} \text{ 等等。}\end{aligned}$$

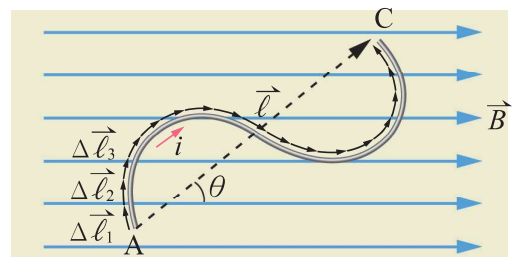
整個導線受力  $\vec{F}$  為各小段受力之和，即

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \Delta\vec{F}_1 + \Delta\vec{F}_2 + \Delta\vec{F}_3 + \dots \\ &= i(\Delta\vec{\ell}_1 + \Delta\vec{\ell}_2 + \Delta\vec{\ell}_3 + \dots) \times \vec{B}\end{aligned}$$

上式中括號內為各小段的向量和，等於  $\vec{AC}$ 。若  $\vec{AC}$  以  $\vec{\ell}$  表示，則整個導線所受的磁力為

$$\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B}$$

此式的意義為：一任意形狀的載流導線在均勻磁場  $\vec{B}$  中所受的磁力  $\vec{F}$  等於其頭尾相連的載流直線  $\ell$  所受的磁力。



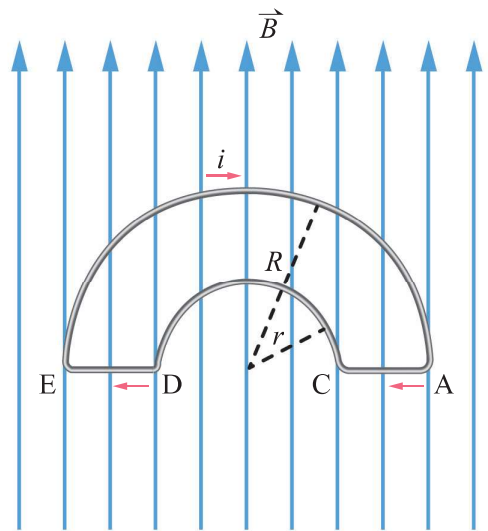
▲ 圖 8-34 將 AC 導線分成許多小段，各小段受力的總和為整個導線所受的力。

### ◎ 範例 8-9

圖 8-35 中有量值為 0.20 T 均勻磁場，方向向上。兩半圓和兩直線段組成一封閉線圈，圈面和磁場平行。兩半圓的半徑分別為  $R = 0.80 \text{ m}$  和  $r =$

5 0.40 m。線圈通以 10 A 的電流，方向如圖中所示。求

- (1) AC 段導線所受的磁力。
- (2) C 至 D 半圓導線所受的磁力。
- (3) DE 段導線所受的磁力。
- 10 (4) E 至 A 半圓導線所受的磁力。
- (5) 整個線圈所受的磁力。



▲ 圖 8-35

[解答] (1) AC 段導線所受的磁力量值為

$$(10 \text{ A})(0.40 \text{ m})(0.20 \text{ T}) = 0.80 \text{ N}, \text{ 方向為垂直入紙面。}$$

(2) C 至 D 半圓導線所受的磁力量值為

15  $(10 \text{ A})(0.80 \text{ m})(0.20 \text{ T}) = 1.6 \text{ N}, \text{ 方向為垂直入紙面。}$

(3) DE 段導線所受的磁力量值為

$$(10 \text{ A})(0.40 \text{ m})(0.20 \text{ T}) = 0.80 \text{ N}, \text{ 方向為垂直入紙面。}$$

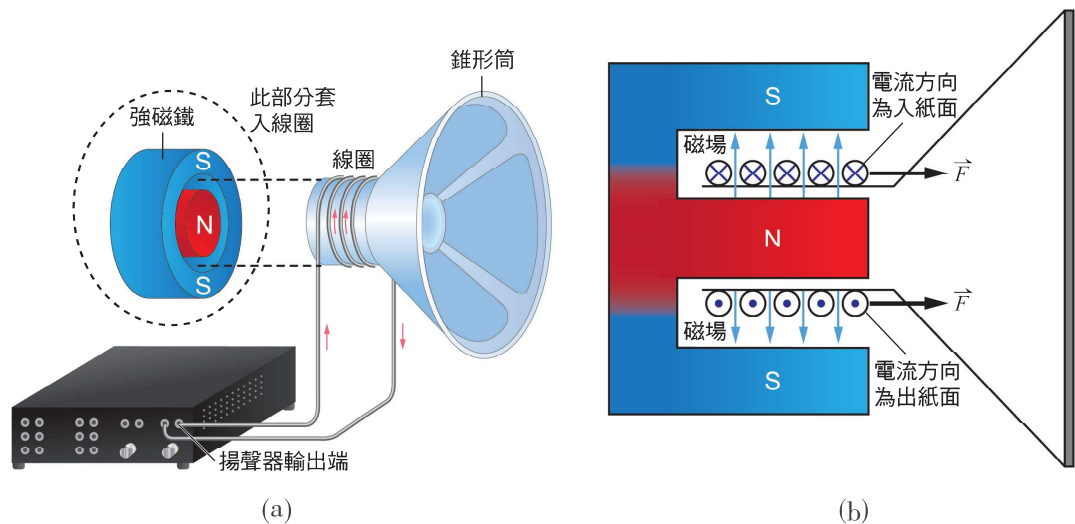
(與 AC 段導線相同)

(4) E 至 A 半圓導線所受的磁力量值為

20  $(10 \text{ A})(1.6 \text{ m})(0.20 \text{ T}) = 3.2 \text{ N}, \text{ 方向為垂直出紙面。}$

(5) 整個線圈所受的磁力為以上四者之向量和，由於入紙面方向和出紙面方向的磁力量值相等，故合力為零。

動圈式揚聲器是載流導線在磁場中受力的一種應用。如圖 8-36 所示，揚聲器有一個可沿軸向振動的短線圈，套在一個圓柱形的強磁鐵上，中心軸是 N 極，外圍環形部分是 S 極，因此磁場的形狀沿徑向往外輻射，和線圈導線垂直。當變化的電流輸入線圈時，線圈受磁力的作用而前後振動，帶動連接的圓錐形筒，使筒周圍的空氣隨之振動，因此產生聲音。

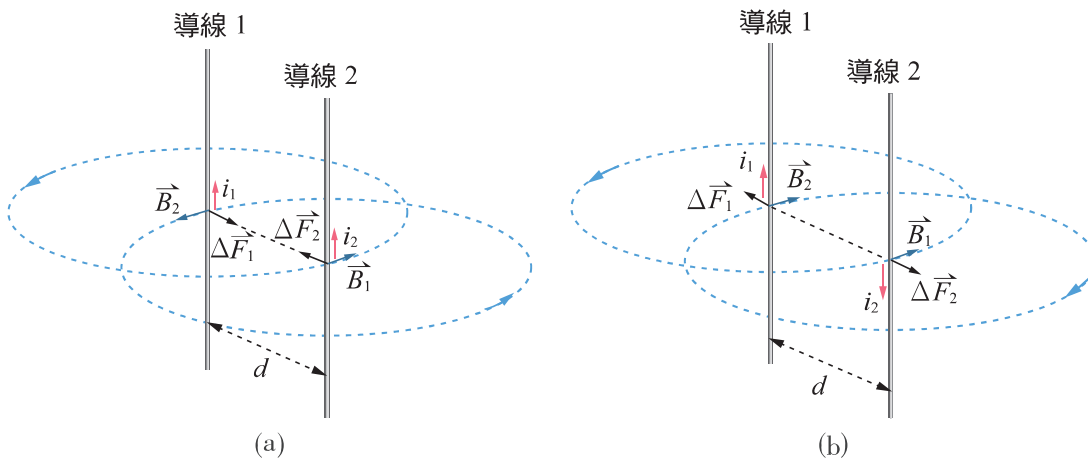


▲ 圖 8-36 動圈式揚聲器：(a)具有短線圈的錐形筒套入強磁鐵中，如示意圖(b)；(b)圖中⊗和⊙分別表示某瞬間電流的方向為入紙面和出紙面，此瞬間線圈受磁力向右。

## 2. 兩平行載流長直導線之間的作用力

圖 8-37 中，一載流導線 1 會在附近範圍產生磁場，在此磁場中若有另一載流導線 2，則導線 2 會受到磁力。反過來，導線 2 也產生磁場，導線 1 在此磁場中同樣受到磁力。可見兩載流導線之間有交互作用存在。設圖中兩平行載流長直導線相距為  $d$ ，導線 1 和導線 2 上的電流分別為  $i_1$  和  $i_2$ ，(a)圖為兩電流方向相同；(b)圖為兩電流方向相反。(a)圖中導線 1 的電流  $i_1$  在導線 2 處產生磁場為  $\vec{B}_1$ ，根據 (8-6) 式，其量值為

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$



▲ 圖 8-37 兩載流長直導線之間有作用力存在。(a)電流方向相同時為引力；(b)電流方向相反時為斥力。

方向標示於圖中。導線 2 上長度為  $\Delta L_2$  的一段（圖中未標出）在磁場  $\vec{B}_1$  中受導線 1 的磁力為  $\Delta \vec{F}_2$ ，由（8-8）式，其量值為

$$\Delta F_2 = i_2 \Delta L_2 B_1 \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \Delta L_2}{2\pi d}$$

方向為指向導線 1。故導線 2 上單位長度受到導線 1 的磁力量值為

$$5 \quad \frac{\Delta F_2}{\Delta L_2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

同樣的方法來分析電流  $i_1$  受到電流  $i_2$  所產生磁場的作用力，可知導線 1 上長度為  $\Delta L_1$  的一段所受導線 2 的磁力  $\Delta \vec{F}_1$  的量值為

$$\Delta F_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \Delta L_1}{2\pi d}$$

方向為指向導線 2。導線 1 上單位長度受到導線 2 的磁力量值為

$$10 \quad \frac{\Delta F_1}{\Delta L_1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

可見此兩導線電流方向相同時，其間有互相吸引的作用力，而導線上單位長度的作用力相等，即

$$\frac{\Delta F_1}{\Delta L_1} = \frac{\Delta F_2}{\Delta L_2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

8-10 式

若兩導線上的電流方向相反，如圖 8-37 (b) 所示，則同理可推得兩導線之間的作用力為斥力，導線上單位長度的作用力亦如 (8-10) 式。

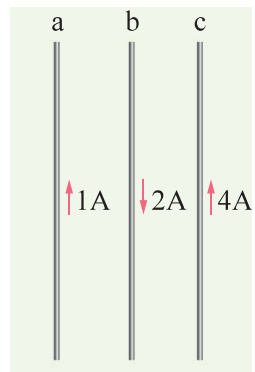
我們可以利用 (8-10) 式來了解 SI 制定義電流的單位—安培為：在真空中，兩無限長直導線互相平行，相距 1 公尺，通以相等的電流，若導線上彼此之間每公尺的作用力為  $2 \times 10^{-7}$  牛頓，則導線上的電流定義為 1 安培。安培是國際單位制中七個基本單位之一。

5



**想一想**

圖 8-38 中有三條等間隔的長直導線 a, b 和 c, 分別通以 1 A, 2 A 和 4 A 的電流, 電流方向已標示於圖中。三導線所受的磁力方向分別為何?



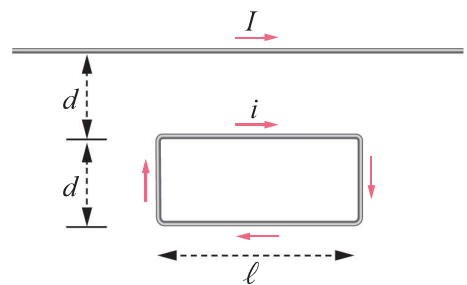
▲ 圖 8-38

**範例 8-10**

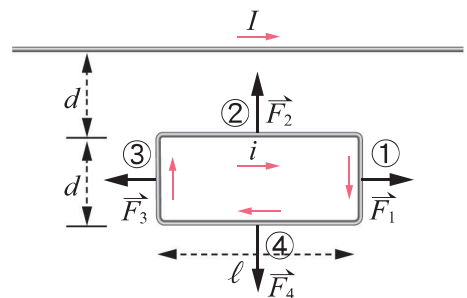
圖 8-39 中有一無限長直導線，載有  $I = 30 \text{ A}$  的電流，另有一矩形線圈，通有  $i = 20 \text{ A}$  的電流，電流的方向已標示於圖中。已知圖中的  $d = 4.0 \text{ cm}$ ， $\ell = 8.0 \text{ cm}$ 。求此線圈與圖中長直導線之間的作用力。

10

**[解答]** 將圖 8-40 線圈分成四部分，先決定各段所受磁力的方向。因為長直導線在線圈位置所產生的磁場方向均勻垂直入紙面，由 (8-9) 式 (即  $\vec{F} = i \vec{\ell} \times \vec{B}$ )，可知各段所受磁力的方向如圖所示。由對稱性可知圖中的第 1 段和第 3 段所



▲ 圖 8-39



▲ 圖 8-40

15



受的磁力量值相等，方向相反，故可相銷。而第 2 段和第 4 段雖然方向相反，但是量值不等，第 2 段較靠近長直導線，所受的磁力較大。長直導線在第 2 段位置產生的磁場量值為  $\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ ，故第 2 段受的磁力量值為

$$F_2 = il \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad (\text{方向向上})$$

5  $\frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)}$ ，故第 4 段受的磁力量值為

$$F_4 = il \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} \quad (\text{方向向下})$$

$$\text{故整個線圈所受磁力為 } il \frac{\mu_0 I}{2\pi d} - il \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} = \frac{\mu_0 i l l}{4\pi d}$$

$$= (10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(20 \text{ A})(30 \text{ A})(0.080 \text{ m})}{(0.040 \text{ m})}$$

$$= 1.2 \times 10^{-4} \text{ N}, \text{ 方向向上。}$$

10

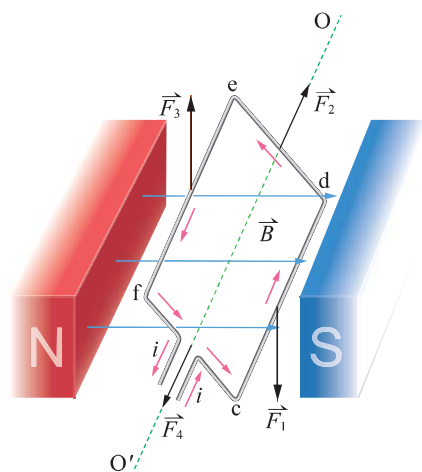


### 想一想

在範例 8-10 中，封閉線圈所受的磁力不為零，此一結果是否與課文第 56 頁的討論，封閉線圈所受磁力為零相抵觸？

## 3. 電動機的原理

一載流封閉線圈在均勻磁場中所受的總磁力雖然為零，但其合力矩卻未必  
15 等於零，因此會造成線圈的轉動。如圖 8-41 所示，一載流線圈在均勻磁場中，其中 cd、de、ef、和 fc 各段所受磁力分別為  $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 、 $\vec{F}_3$  和  $\vec{F}_4$ ，因為  $\vec{F}_1$  和  $\vec{F}_3$ ， $\vec{F}_2$  和  $\vec{F}_4$  分別量值相等，方向相反；  
20 故線圈所受的總磁力為零。而  $\vec{F}_2$  和  $\vec{F}_4$

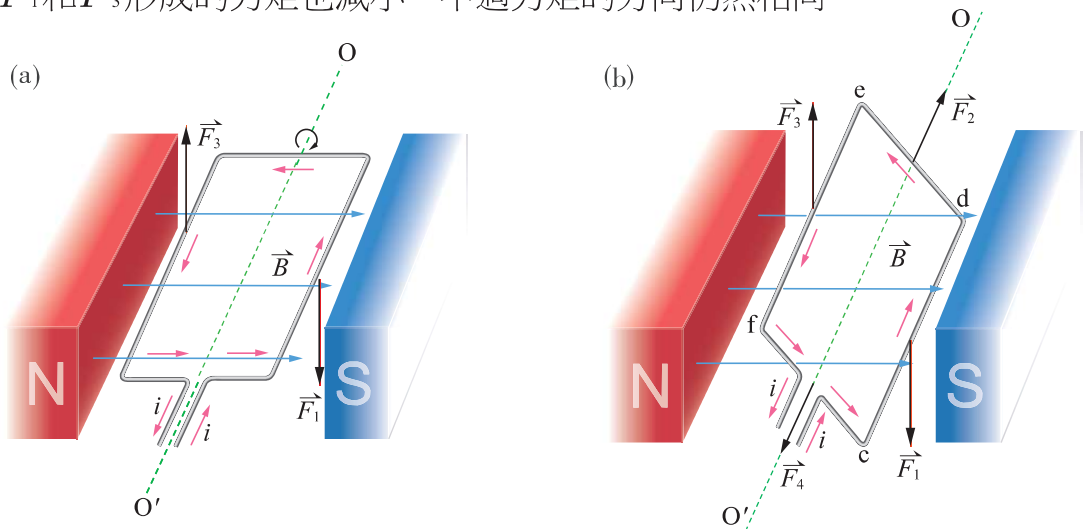


▲ 圖 8-41 載流線圈在均勻磁場中受總磁力為零，但是合力矩不為零。

兩力的作用線均在線圈的中心軸  $OO'$  上，對線圈不造力矩，但是  $\vec{F}_1$  和  $\vec{F}_3$  不作用在同一直線上，對線圈造力矩，會使得線圈繞  $OO'$  軸轉動。

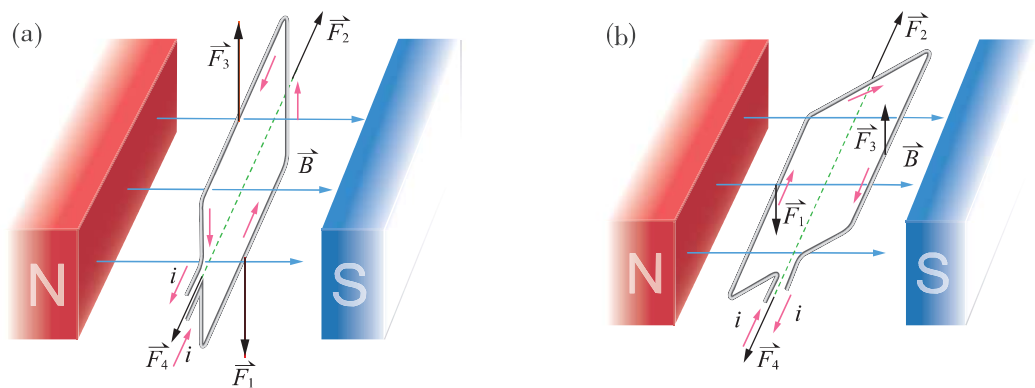
載流封閉線圈在磁場中受力矩作用的現象，可以應用在電動機（俗稱馬達）上。電動機是將電能轉為力學能的裝置，其原理大致如下。

圖 8-42 (a)中，線圈固定於磁場中，但可以繞中心軸轉動。圖中圈面與磁場平行，與圖 8-41 類似， $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 對線圈造成力矩，會使得線圈繞  $OO'$  軸以圖中所示的方向轉動。當線圈轉成圖 8-42 (b)的位置時 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 兩力的量值和方向雖然與(a)圖相同，但是兩力間的距離減小，使得 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 形成的力矩也減小，不過力矩的方向仍然相同。



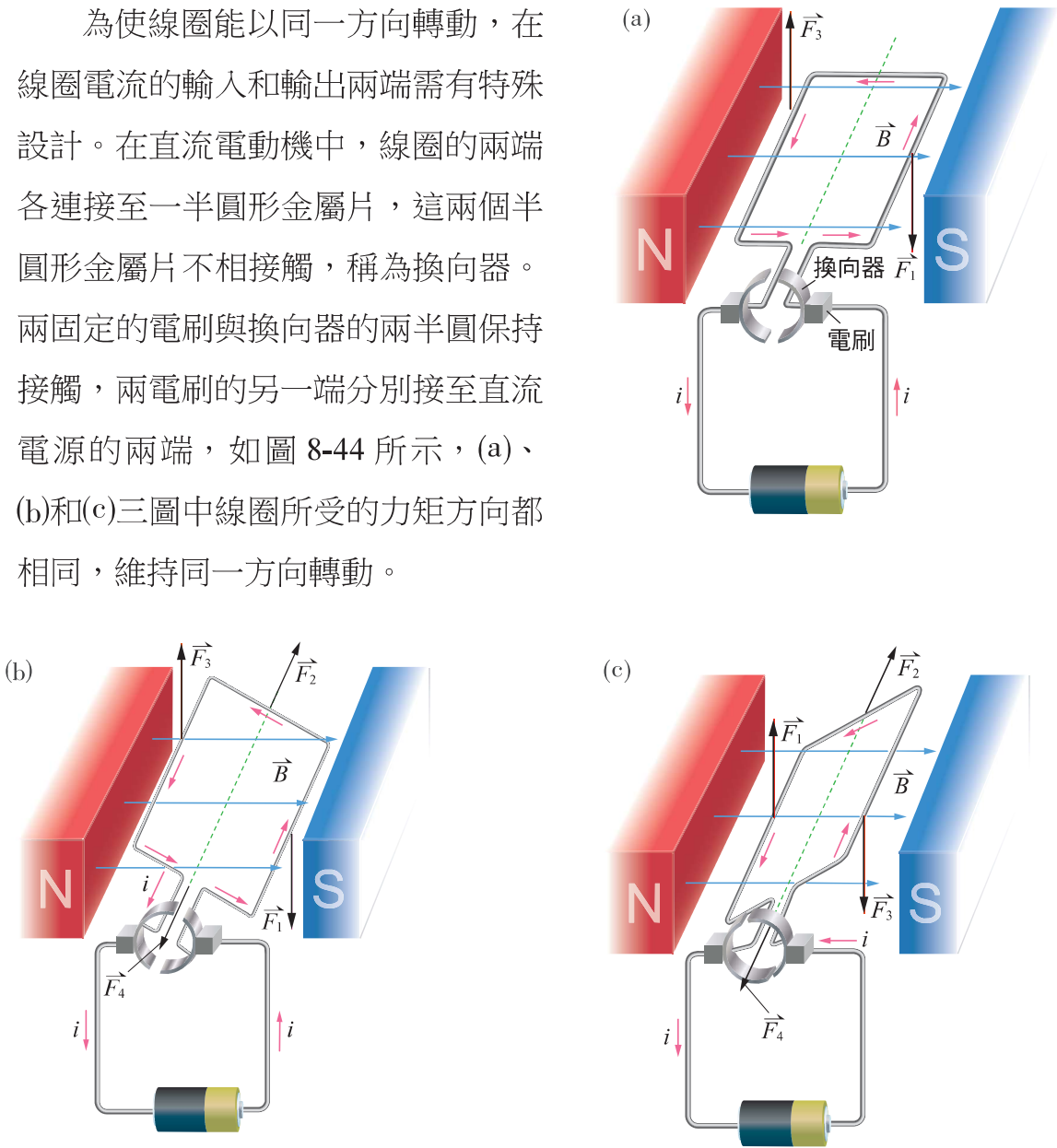
▲ 圖 8-42 (a)  $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 形成一對力偶，對線圈造成力矩，使線圈轉動；(b)線圈轉成圖中的位置時，力矩減小，但是方向相同。

當圈面轉成與磁場垂直的瞬間，如圖 8-43 (a)所示，線圈所受力矩為零，但線圈因有慣性而不立即停止，仍繼續轉動。當線圈成為圖 8-43 (b)所示的位置時，如果電流的方向不變，則線圈會受到反方向的力矩，致使線圈不能維持同一方向轉動。



▲ 圖 8-43 (a)圈面與磁場垂直的瞬間，線圈所受力矩為零；(b)在此位置時，若電流的方向不變，線圈會有反方向的力矩。

為使線圈能以同一方向轉動，在  
 線圈電流的輸入和輸出兩端需有特殊  
 設計。在直流電動機中，線圈的兩端  
 各連接至一半圓形金屬片，這兩個半  
 5 圓形金屬片不相接觸，稱為換向器。  
 兩固定的電刷與換向器的兩半圓保持  
 接觸，兩電刷的另一端分別接至直流  
 電源的兩端，如圖 8-44 所示，(a)、  
 (b)和(c)三圖中線圈所受的力矩方向都  
 10 相同，維持同一方向轉動。



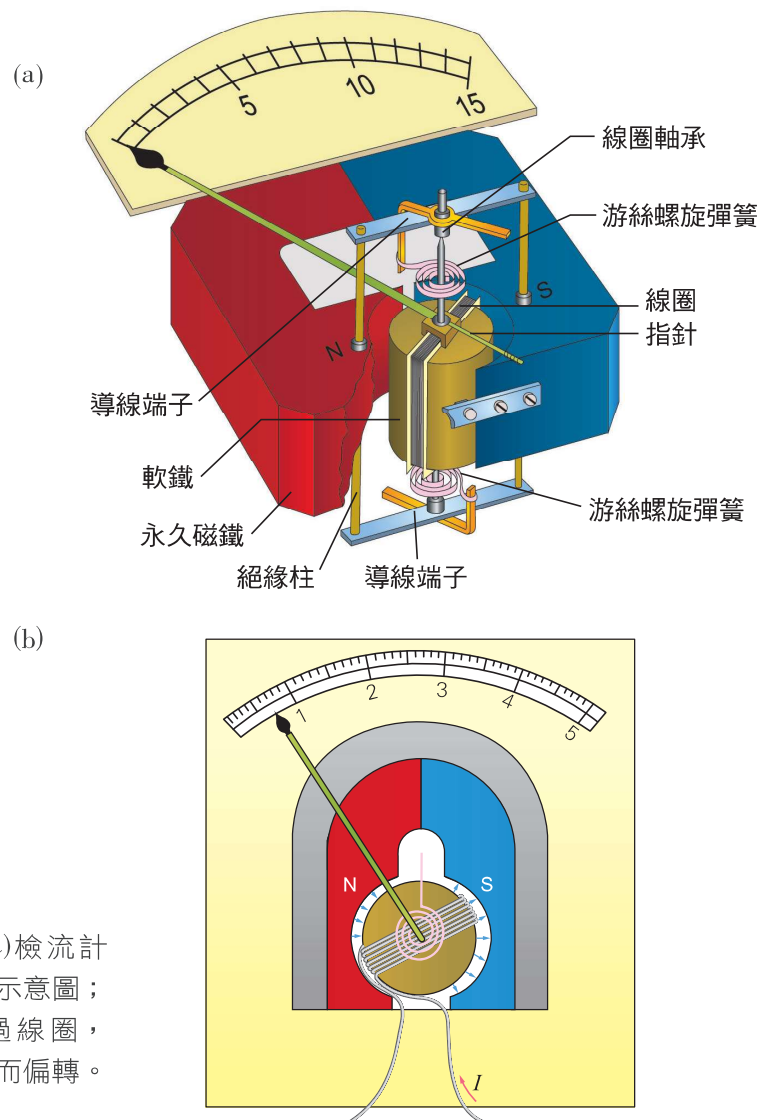
▲ 圖 8-44 由於線圈電流的輸入和輸出兩端連接換向器，並與電刷保持接觸，使得線圈所受的力矩皆在相同的方向。注意(a)、(b)和(c)三圖中電流的方向。

## 4. 檢流計

在上一章中，我們曾提過安培計與伏特計，它們的核心元件為檢流計。檢流計是利用封閉線圈在磁場中受力矩作用的特性所製成之測量電流的儀表，其結構如圖 8-45 所示，原理如下。

檢流計的線圈置於永久磁鐵的固定磁場中，線圈上附有游絲彈簧。<sup>5</sup> 當線圈通電流時，會受磁力作用，使線圈轉動，但磁力所造成的力矩被游絲彈簧因變形產生的回復力矩所平衡，所以不會像馬達一般持續轉動下去。於是力矩的量值可以由游絲彈簧的形變量反映出來。因此測量連接在線圈上的指針偏轉角度，便可以得知線圈所受力矩的量值，因而測得通過線圈的電流數值。

10



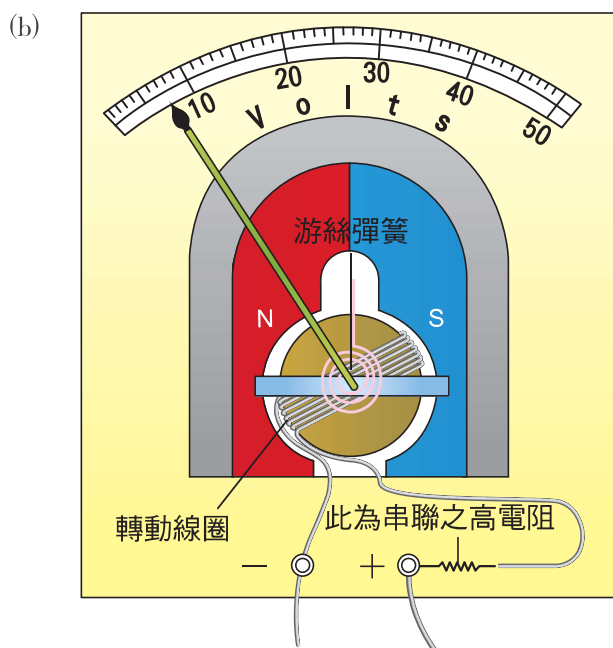
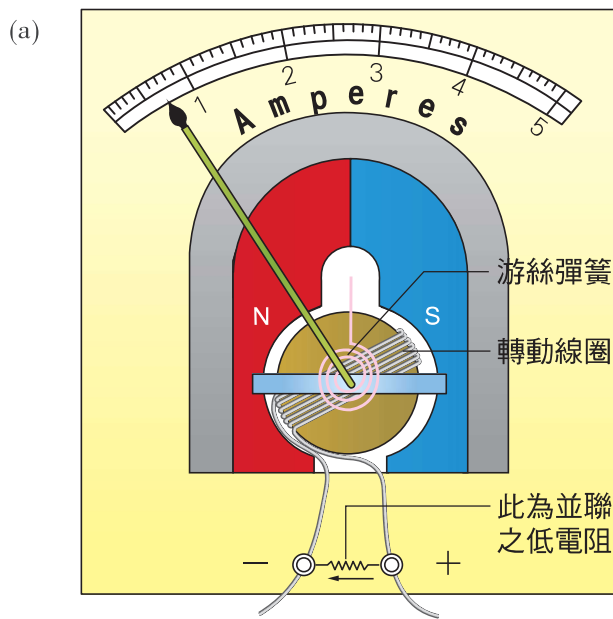
➤ 圖 8-45 (a) 檢流計的內部構造示意圖；  
(b) 電流通過線圈，線圈受磁力而偏轉。



### 安培計與伏特計

通常線圈能承受的電流都很小，直接用來測量電流顯有不足。安培計為檢流計與一低電阻並聯而成，如圖 8-46 (a)所示。大部分的電流通過低電阻的分路，因此可測得電路上較大的電流。另一方面，因為安培計內部有低電阻的分路，使得安培計的整體等效電阻甚小，使用時對電路電流的影響不大。

又因線圈能承受的電流很小，其兩端的最大電位差也很小。若將檢流計與一高電阻串聯，則成為伏特計，其兩端可以有較大的電位差，以利測量電路上的電壓，如圖 8-46 (b)所示。另一方面，因為伏特計內部的電阻很大，與待測電路並聯測量其電壓時，通過伏特計的電流甚小，對電路的影響不大。



◀ 圖 8-46 (a)安培計為檢流計並聯一低電阻而成；(b)伏特計為檢流計串聯一高電阻而成。



# 延伸閱讀

In-depth Readings

## ■ 電動機線圈所受的力矩

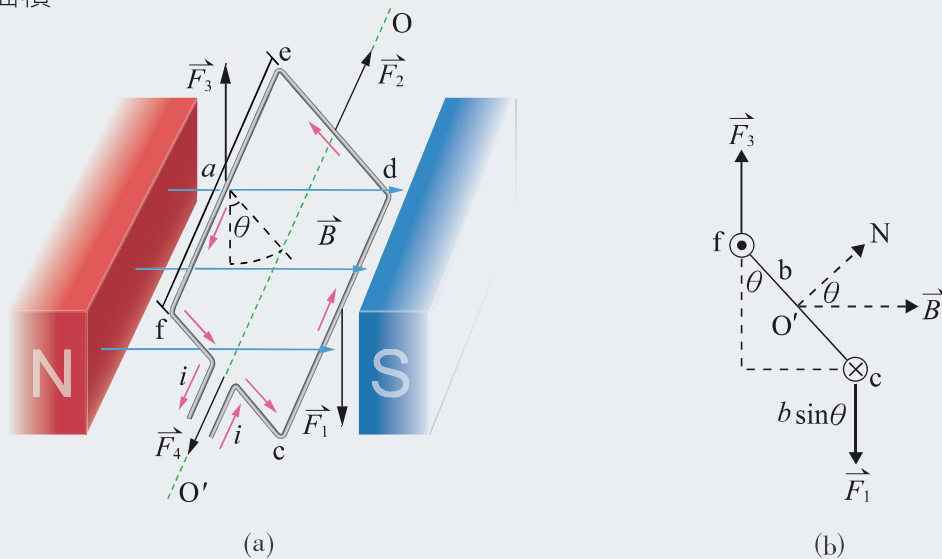
課文中曾敘述一載流封閉線圈在均勻磁場中所受的總磁力雖然為零，但其合力矩卻未必等於零，因此會造成線圈的轉動。線圈轉動的力矩要如何計算呢？在圖 8-47 (a)中，設向右的磁場為 $\vec{B}$ ，線圈的長和寬分別為 $a$ 和 $b$ ，通過的電流為 $i$ 。在圖中所示的瞬間，線圈受到磁力 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 的作用造成力矩 $\tau$ 。 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 的量值相等，皆為 $iaB$ 。視線若為從(a)圖中的 $O'$ 至 $O$ 的方向，則眼睛看到情形如(b)圖所示，可以見到線圈的 $cf$ 段，而圈面則垂直於圖中紙面。通常圈面的方向定義為與圈面垂直的方向，即圖中 $O'N$ 方向。設 $\theta$ 為 $O'N$ 方向與磁場 $B$ 方向的夾角，則 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_3$ 造成的力矩 $\tau$ 等於 $iaB$ 與 $b \sin\theta$ 的乘積，即

$$\tau = (iaB) (b \sin \theta) = iAB \sin \theta$$

上式中的 $A$ （即 $A = ab$ ）為線圈的面積。如果線圈繞有 $N$ 匝，則力矩成為 $N$ 倍，故

$$\tau = iNAB \sin \theta$$

上式力矩的計算雖然是以矩形線圈導出，實際上其他形狀的線圈也可適用，式中的 $A$ 為線圈的面積。



▲ 圖 8-47 (a)載流線圈在磁場中受力矩作用而轉動；(b)視線為從 $O'$ 至 $O$ ，眼睛看到線圈的 $cf$ 段，圈面則垂直圖中紙面。圈面的方向定義為與圈面垂直，即圖中 $O'N$ 方向。