【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】49-高二數學(上) |向量—外心垂心向量內積特性| 20151231 二儉

發佈日期：2016 年 1 月 4 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—外心垂心向量內積特性

課堂時間：20151231 二儉

課堂講義：

影片長度：42min

吳銘祥老師數學教室：http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

戊、內積在幾何上的應用

＊幾何中的問題，有時也可以用向量內積來處理。
常見的中線定理、平行四邊形定理、三角不等式

＊$|\vec{u}+t\vec{v}|$**的最小值恰為** $\vec{u}$ **之直交化分解的垂直分量長度**

範例15.

試證明平行四邊形定理：若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則
$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$

類題 1

利用平行四邊形定理證明三角形中線定理：三角形 ABC 中，若 $\overline{AM}$ 為 $\overline{BC}$ 邊的中線，則$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\left(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2\right)$

類題 2

試利用內積特性證明餘式定理

範例16.

試證明三角不等式：$|\vec{a}+\vec{b}|\leqq|\vec{a}|+|\vec{b}|$

類題 1

試證明三角不等式：$|\vec{a}-\vec{b}|\geqq||\vec{a}|-|\vec{b}||$

範例17.

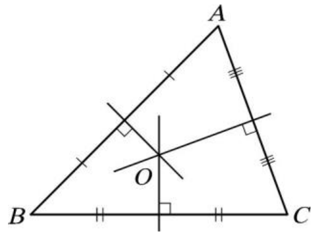
$\triangle ABC$ 中，O 為其外心，

(1)試證：$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2$，$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2$

(2) 已知 $\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=2\sqrt{7}$，$\overline{CA}=4$，若 $\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，

則數對 $(x, y)=$______。

$(\frac{4}{9},\frac{1}{6})$



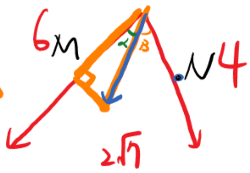
(1) $\vec{AO}\cdot\vec{AB}=|\vec{AO}|\cdot|\vec{AB}|\cdot\cos\alpha$

$=\overline{AM}\times|\vec{AB}|$

$=\frac{1}{2}|\vec{AB}|\times|\vec{AB}|=\frac{1}{2}|\vec{AB}|^2$

$\vec{AO}\cdot\vec{AC}=|\vec{AO}|\cdot|\vec{AC}|\cdot\cos\beta$

$=\overline{AN}\times|\vec{AC}|=\frac{1}{2}|\vec{AC}|^2$ #



$\vec{AB}\cdot\vec{AC}$

$=\cancel{6\times4}\times\frac{6^2+4^2-(2\sqrt{7})^2}{2\times\cancel{6}\times\cancel{4}}$

$=12$ #

(2) $\vec{AB}\cdot\vec{AO}=(x\vec{AB}+y\vec{AC})\cdot\vec{AB}$

$\frac{1}{2}\times6^2=36x+12y$

$\vec{AC}\cdot\vec{AO}=(x\vec{AB}+y\vec{AC})\cdot\vec{AC}$

$\frac{1}{2}\times4^2=12x+16y$

類題 1

設 O 為$\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB}=8$，$\overline{AC}=6$，則：

(1)$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=$________(2)$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=$____________

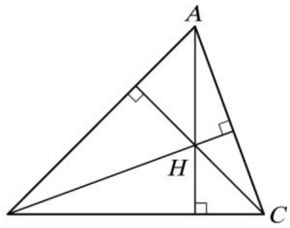
範例18.

$\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=2$，$\overline{BC}=\sqrt{7}$，$\overline{AC}=3$，且 H 為$\triangle ABC$ 之垂心：

(1)試證：$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

(2)若 $\overrightarrow{AH}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對（$x$，$y$）＝______

$(\frac{2}{3},\frac{1}{9})$



$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}$

$=|\overrightarrow{AH}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\alpha$

$=\overline{AT}\times\overline{AB}$

$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}$

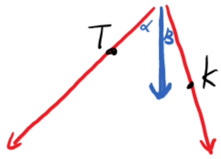
$=|\overrightarrow{AH}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos\beta$

$=\overline{AK}\times\overline{AC}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos A$

$=\overline{AK}\cdot\overline{AC}=\overline{AT}\times\overline{AB}$



(2)

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=(x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}=(x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AC}\end{cases}$$

類題 1

$\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=8$，$\overline{AC}=7$，且 H 為$\triangle ABC$ 之垂心，則：

(1)$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=$________。 (2)$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=$________

$\frac{21}{2}$ $\frac{21}{2}$