6-4 電位能、電位與電位差

想像空間中有甲、乙兩電荷，如圖 6-28 所示，甲電荷（帶負電）由 A 處射離固定的乙電荷（帶正電），甲電荷受到乙電荷的靜電吸引力，其速率將漸漸減緩，當到達 B 處時，其速率恰為零。當甲電荷由 B 處折返時，因受到乙電荷的靜電力吸引，其速率則又漸漸增快。當甲電荷遠離乙電荷時，靜電力對甲電荷作負功使其動能減少；當甲電荷折返時，靜電力對其作正功而使甲電荷的動能增加。在上述討論中，當甲電荷遠離乙電荷時，其減少的動能以某種能量的形式儲存在兩電荷的系統內；當甲電荷折返時，這個能量再被釋放出來。所儲存的能量和兩電荷之間的相對位置有關，稱為電位能（electric potential energy）。

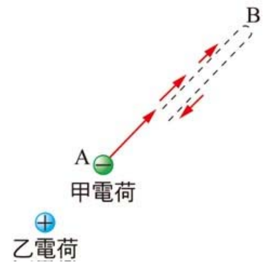

圖 6-28　甲電荷（負電）射離固定的乙電荷（正電），甲電荷減少的動能轉換為電位能儲存。

1 電位能

從「重力位能的一般形式與力學能守恆」的討論中（請參看基礎物理(二)B 下冊第七章第六節），我們知道兩質點間的萬有引力是作用在兩者連線的方向上，且作用力的量值與兩者間的距離平方成反比，該力是保守力。而根據庫侖定律，靜電力作用於兩點電荷的連線上，且靜電力量值與兩電荷間的距離平方成反比，所以靜電力亦屬於保守力。保守力所作的功 W 等於位能差 ΔU 的負值，即 $W=-\Delta U$，若靜電力所作的功為 W_e，且前後兩狀態電位能變化為 ΔU_e，則

$$W_e=-\Delta U_e \tag{6-4}$$

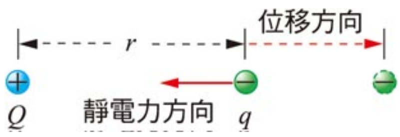

圖 6-29　電量 q 的負電荷由距電量 Q 的固定正電荷 r 處往右移至距離無窮遠處，靜電力作負功且等於電位能差的負值。

如圖 6-29 所示，若電量 q（q＜0）的負電荷由距電量 Q（Q＞0）的固定正電荷 r 處移至距離無窮遠處，則靜電力對電量 q 的電荷作負功。根據庫侖定律，可得靜電力對電量 q 的電荷作功 W_e 為 $-\dfrac{kQ|q|}{r}$（因為庫侖定律與萬有引力定律皆為平方反比定律，所以兩種力作功的形式相似，請參看基礎物理(二)B 下冊第七章第六節）。若兩電荷相距 r 時的電位能為 $U_e(r)$，因為位能的零位面可以任意選取，且通常取兩電荷相距無窮遠處的電位能為零，即 $U_e(\infty)=0$，所以由（6-4）式可得

$$U_e(r)=\frac{kQ|q|}{r} \qquad (6\text{-}5)$$

因為電量 q 為負值，即 $q=-|q|$，所以上式可整理為

$$U_e(r)=\frac{kQq}{r} \qquad (6\text{-}6)$$

雖然以上討論是假設 Q 為正值且 q 為負值，但是上式也可適用於任何電性的電荷。根據上式，若電量 q 與電量 Q 為異性電荷，則電位能為負值；若電量 q 與電量 Q 為同性電荷，則電位能為正值。

如果一個系統內含有兩個或更多的點電荷，則任一對點電荷之間都有靜電力交互作用，也因此具有電位能。整個系統的電位能等於所有成對點電荷電位能之和。例如在圖 6-30 中，三個電量分別為 q_1、q_2、q_3 的點電荷組成一個系統，若彼此間的距離分別為 r_{12}、r_{23}、r_{31}，則該系統的電位能為

$$U_e=\frac{kq_1q_2}{r_{12}}+\frac{kq_2q_3}{r_{23}}+\frac{kq_3q_1}{r_{31}}$$

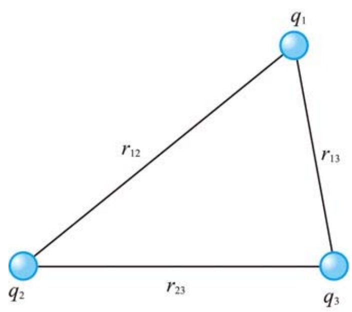

圖 6-30　整個系統的電位能等於所有成對點電荷電位能之和。

電荷的動能與電位能的和，稱為力學能。電荷運動時，若僅有保守力作功（重力、彈簧的回復力或是靜電力皆屬於保守力），當保守力作負功時，則電荷的動能減少，轉換為其位能的增加；當保守力作正功時，則電荷的位能減少，轉換為其動能的增加。也就是在保守力作用下，電荷系統的力學能守恆。

｜範例 6-4｜

A 和 B 兩質點各帶有電量 $+2.0\times10^{-6}$ C 和 $+5.0\times10^{-6}$ C，彼此相距 5.0 m。今將 A 質點固定，施力 F 移動 B 質點，使兩質點相距 2.0 m 時，則：

(1) 靜電力所作的功為何？

(2) 若移除 F，使 B 質點由靜止釋放，當兩質點再度相距 5.0 m 時， B 質點的動能為何？

[解答] (1) 由（6-6）式可知，A 和 B 兩質點的起始電位能 U_e 為

$$U_e = (9.0\times 109\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})\frac{(2.0\times10^{-6}\ \mathrm{C})(5.0\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{5.0\mathrm{m}}$$

$$=1.8\times10^{-2}\ \mathrm{J}$$

A 和 B 兩質點的最後電位能 U_e' 為

$$U_e' = (9.0\times 109\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})\frac{(2.0\times10^{-6}\ \mathrm{C})(5.0\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{2.0\mathrm{m}}$$

$$=4.5\times10^{-2}\ \mathrm{J}$$

由（6-4）式可知，靜電力所作的功 We 為

$$W_e = -(U_e' - U_e) = -2.7\times10^{-2}\ \mathrm{J}$$

(2) 設 B 質點的動能為 K，由於在靜電力作用下，電荷系統的力學能守恆，則

$$0 + U_e' = K + U_e$$

所以 $K = U_e' - U_e = 2.7\times10^{-2}$ J。

2 電位

考慮電量為 Q 的固定場源點電荷在空間中形成電場，若在距離 r 處置入電量 q 的測試點電荷，則電位能為 U_e。若電量由 q 增加為 2q，由（6-6）式可知，則電位能也隨之增加為 $2U_e$。也就是說，電位能 U_e 與電量 q 的比值 U／q，即只與場源點電荷的電量 Q 及與該電荷的距離 r 有關，我們將比值 U_e／q 定義為電量 Q 的點電荷在空間中產生的電位 V，即

$$V=\frac{U_e}{q} \qquad (6\text{-}7)$$

電位的國際單位制為焦耳／庫侖（即 J／C），稱為伏特（volt，以 V 表示）。由上式可知電量每 1 庫侖的正電荷在電場中的電位能與該處之電位相等。

根據（6-6）式與（6-7）式，電量 Q 的點電荷距離 r 之處的電位 V（r）為

$$V(r)=\frac{kQ}{r} \qquad (6\text{-}8)$$

當距離為無窮遠時，電位為零（因為取兩電荷相距無窮遠時的電位能為零），即 V（∞）＝0。

若電量 Q 為正，則電位為正值，遵循與距離成反比的關係，愈接近正電荷的電位愈高；若 Q 為負，則電位為負值，距離愈接近負電荷時電位愈低。圖 6-31 所示為置於原點處電量為 Q 的點電荷在 xy 平面上各位置所產生的電位，與平面垂直的第三軸代表與原點距離 r 處的電位值 V（r）。

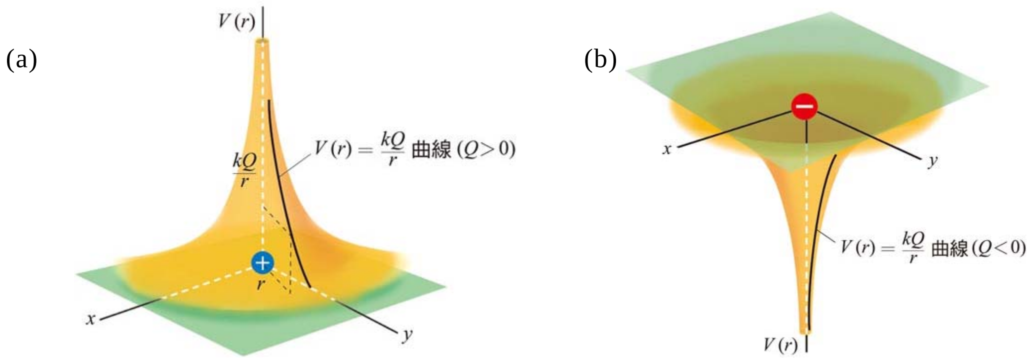

圖 6-31　位於原點處的(a)正電荷（電量 Q＞0）與(b)負電荷（電量 Q＜0）在 xy 平面各位置與原點相距 r 所產生的電位 V（r）。

若電場是由許多點電荷所共同建立，則空間中某一位置的電位等於各點電荷所生電位的和。因此若已知帶電體的電荷分布情形，其所建立的電場中任一點的電位，則能利用點電荷的電位公式疊加算出。電位和是純量的相加，電場和是向量的相加。

在本章第三節的討論中，我們知道，在靜電平衡時，導體內的電場恆為零，因為電荷（電量極小，不影響導體電荷分布）在導體內移動不受到靜電力作功，所以導體內各點的電位能差為零，即導體內各點的電位都相等，稱為等位體。對於帶電的導體球（或球殼）而言，由於球體外的電場與球體上全部電荷集中在球心時所生的電場一樣，因此球體外的電位等於將全部電荷集中在球心處所生的電位。如圖 6-32 所示，若取與球心相距無窮遠處的電位為零，總電量為 Q，且半徑為 R 的均勻帶電導體球（殼），則球外距球心為 r 處的電位為$\dfrac{kQ}{r}$；球（殼）內各點的電位均等於球面上的電位，即 $V=\dfrac{kQ}{R}$。

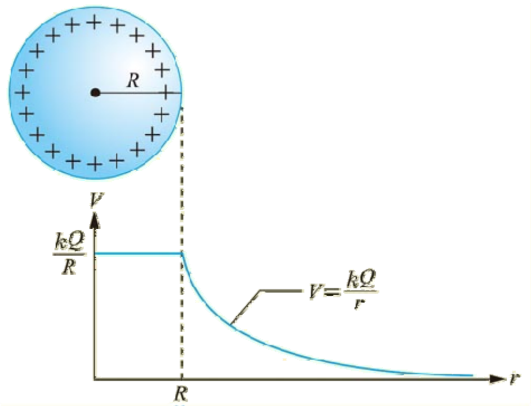

圖 6-32　半徑 R，電量＋Q 的帶電導體球的電位 V（r）函數曲線。

想一想

1. 均勻帶電導體球在其周圍產生電場，在不影響導體球的電荷分布情況下，將球外一點電荷的電量增加為原來的兩倍，則點電荷在電場中的電位能是否增加為兩倍？點電荷所在位置的電位是否增加為兩倍？
2. 均勻帶電量 Q 的導體球（殼）之半徑為 R，若取球（殼）表面為電位的零點，則距球心 r（r＞R）的電位為何？

3 電位差

若電場中位置 1 與位置 2 的電位各為 V_1 與 V_2，則其電位差 ΔV 定義為

$$\Delta V = V_2 - V_1 \qquad (6\text{-}9)$$

電位差又稱電壓，其單位也是伏特，由上式可知每 1 庫侖正電荷由位置 1 移至位置 2 的電位能差以 SI 單位表示時與兩位置間的電位差數值相同。在實際應用上，電位差的概念比起電位更為方便有用。

電量 q 的電荷在此兩點的電位能差 ΔU_e 為

$$\Delta U_e = qV_2 - qV_1 = q\Delta V \qquad (6\text{-}10)$$

由上式可知，若正電荷由低電位移至高電位，則電位能增加；若負電荷由低電位移至高電位，則電位能減少。

帶等量異性電平行電板之間為均匀的電場，電場 $\vec{E}$ 的量值與方向皆固定。如圖 6-33 所示，電量為 q 的正電荷，若由 A 點移至 B 點，則靜電力作正功 W_e 為 qEd，其中 d 為沿電場方向的位移分量。事實上，在均匀電場的作用下，正電荷自 A 沿任意路徑移動到 B，靜電作功仍為 qEd。由（6-4）式，則 A 點與 B 點之電位能差 ΔU_{AB} 為

$$\Delta U_{AB} = U_A - U_B = qEd$$

由（6-10）式，A 點與 B 點之電位差 ΔVAB 為

$$\Delta V_{AB} = VA - VB = Ed \qquad (6\text{-}11)$$

由上式可知，在平行電板間，愈接近正電板處的電位愈高，愈接近負電板處的電位愈低。

在均匀電場$\vec{E}$的作用下，在平行電板間任意兩點的電位差僅與兩點之連線在沿電場方向之投影長度有關。在圖 6-33 中，通過 B 點，且與電力線（電場）垂直的直線上之每一點（例如 C 點），其與 A 點的電位差皆相同。在電場中，鄰近相等電位點的連線或面，稱為等位線或等位面，且沿電力線方向移動，其電位逐漸降低，如圖 6-34 所示。

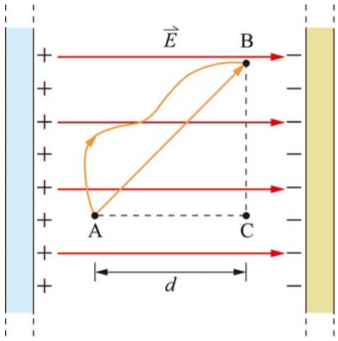

圖 6-33　在均匀電場$\vec{E}$內，若 B、C 連線與電力線垂直，則電位差 $V_A - V_B = V_A - V_C$。

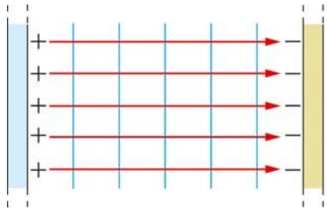

圖 6-34　等量異性電平板間的電力線與等位線。藍色實線為等位線，紅色實線為電力線，且相鄰兩個等位線間的電位差相等。

做一做

電量為 Q 的正電荷，在其周圍所產生電力線（紅色實線）如圖 6-35 所示，在圖中的藍色實線則是距離 r 處的等位線，其電位為$\frac{kQ}{r}$，請分別畫出$\frac{2kQ}{r}$及$\frac{3kQ}{r}$的等位線。

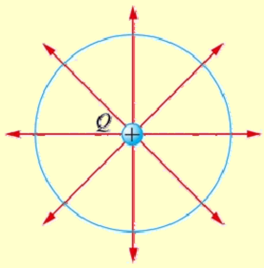

圖 6-35　正電荷的電力線與電位為$\frac{kQ}{r}$的等位線。藍色實線為等位線，紅色實線為電力線。

電荷在等位線（面）移動時，因為其電位能差為零，即電場並不會對此移動電荷作功，所以等位線（面）與電力線處處互相垂直，如圖 6-36 所示為兩個等量異性電荷的電力線與等位線。且沿著電力線方向移動，其電位會逐漸降低。

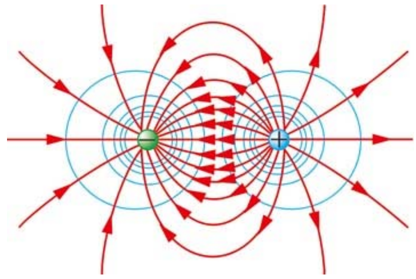

圖 6-36　兩個等量異性電荷在周圍電力線與與等位線。藍色實線為等位線，紅色實線為電力線，相鄰兩個等位面線的電位差相等。

想一想

1. 等位線（面）愈密集處的電場是否就越強？
2. 電力線可否起迄均在同一導體上？

範例 6-5

如圖 6-37 所示，兩固定質點分別放置在 x 軸上 x ＝ 2.0 m 與 x ＝ －2.0 m 處，其電量均為 Q ＝＋2.0 × 10－8 C。若 A 點位於 y 軸，$y = 2\sqrt{3}$ m，則

(1) A 點與原點 O 的電位差為何？

(2) 電子在 A 點與 O 點的電位能差能為何？

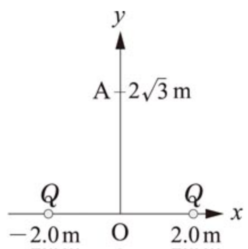

圖 6-37

[解答] (1) 由（6-8）式可知，A 點的電位 V_A 為

$$V_A = (9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{2(2.0\times10^{-8}\ \text{C})}{\sqrt{(2\sqrt{3}\ \text{m})^2+(2.0\ \text{m})^2}} = 90\ \text{V}$$

O 點的電位 V_O 為

$$V_O = (9.0 \times 109\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{2(2.0\times10^{-8}\ \text{C}}{2.0\ \text{m}} = 180\ \text{V}$$

所以 O 點的電位比 A 點的電位高，且 A 和 O 兩點間的電位差 ΔV 為 $\Delta V = V_A - V_O = 90$ V。

(2) 由（6-10）式，可知電子在 A 和 O 兩點的電位能 U_A 與 U_O 的差 ΔU_e 為

$\Delta U_e = U_A - U_O = (-1.6 \times 10^{-19}\ C)(90\ V) = -1.4 \times 10^{-17}\ J$

所以電子在 A 點的電位能比 O 點的電位能低。

在巨觀世界中，以焦耳（J）作為能量單位相當適用；但在描述微觀粒子時（例如電子），則顯得大而不當。在微觀世界中，常以電子伏特作為能量的單位，其符號為 eV。一電子伏特的意義是：一個電子經過一伏特的電位差時，所獲得或失去的電位能，即

$1\ eV = (1.6 \times 10^{-19}\ C)(1\ V) = 1.6 \times 10^{-19}\ J$

所以 $\Delta U_e = -90\ eV$

｜範例 6-6｜

如圖 6-38 所示，兩片帶電量相等、電性相反的平行金屬板，相距 d。已知兩板中電場為 E，若忽略重力的影響，則

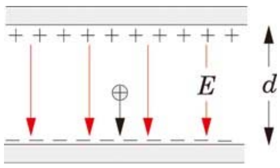

圖 6-38

(1) 兩板間電位差為何？

(2) 一電量＋q 的電荷由靜止開始自上板向下板運動，到達下板時的動能為何？

[解答] (1) 設上、下板的電位各為 V_1、V_2，由（6-11）式得兩板的電位差 $\Delta V = V_1 - V_2 = Ed$。

(2) 電荷在上板時的電位能較在下板時，高出 $q(V_1 - V_2) = qEd$，因為在靜電力作用下，電荷系統的力學能守恆，所以電荷運動至下板時所減少的電位能轉變為動能，即 $K = qEd$。

延伸閱讀 靜電屏蔽

在圖 6-39 中，若將不帶電的實心導體（或導體空腔）置於均勻電場 $\vec{E}_{out}$ 中，則在導體的表面上會產生電量相同的正（＋）、負（－）電性之感應電荷。感應電荷在導體（或空腔）的內部任一點所生的電場 $\vec{E}_{ind}$ 會與導體外部電場 $\vec{E}_{out}$ 抵銷，結果在導體（或空腔）的內部任一點的電場均為零。這表示外部電場 $\vec{E}_{out}$ 無法對導體的內部產生靜電作用，也就是說導體具有屏蔽（或隔絕）其外部電場的現象，稱此現象為靜電屏蔽（electrostatic shielding）。

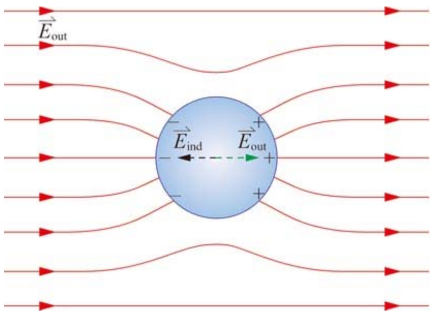

圖 6-39 置於外部電場 $\vec{E}_{out}$ 中的電中性導體，其內部任一點的電場均為零，即外部電場的電力線無法穿透至導體內部。圖中紅色實線是外部電場的電力線，在球心處，外部電場 $\vec{E}_{out}$ 與感應電荷所生電場 $\vec{E}_{ind}$ 相互抵銷。

另一方面，如果在導體空腔內置有電荷，則將導體接地後，導體外表面所產生的感應電荷將因接地而消失，結果空腔內電荷所產生的電場，將無法穿透到導體殼的外部，如下圖 6-40 所示，亦即導體外部不會受到空腔內電荷的影響，這也是靜電屏蔽的效應。

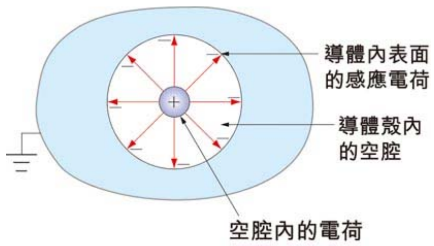

圖 6-40 若將導體空腔接地，則置於空腔內的正電荷，所生的電場（或電力線）無法穿透到導體外部。圖中紅色實線是空腔內的電力線。

電器、儀表、或傳輸信號的電纜等常會加以金屬外罩，其目的便是為了達到靜電屏蔽的效果，一方面隔絕外界電場對器具內部的干擾，另一方面則可減除器具內部所生電場對外界的影響。