

3-6 靜力平衡與靜摩擦力

Physics

你是否曾經有過用力推櫥櫃卻怎麼都推不動的經驗？既然已經施了一個作用力，櫥櫃卻仍處於靜力平衡狀態，如圖 3-45，這表示必有另一外力將所施的力抵銷了，此時我們稱櫥櫃與地面之間有靜摩擦（static friction）。靜摩擦力有一種「遇強則強、遇弱則弱」的特性：輕輕推物體，結果靜摩擦力也只會輕輕抵抗，使物體維持靜止；而若稍微加強力道，則靜摩擦力也跟著變大，使物體仍舊維持靜止。只有當施力超過某一特定的數值（稱為最大靜摩擦力）時，靜摩擦力才無法相應增大，於是物體就被推動了。

實驗顯示出來，最大靜摩擦力 $f_{s,max}$ 和物體的接觸面之特性有關，而當接觸面之材質選定後，此力大略與接觸物體間的垂直正向力 N 成正比，但和接觸面積的量值無關。因此我們可以列出

$$f_{s,max} = \mu_s N$$

其中比例係數 μ_s 稱為靜摩擦係數。

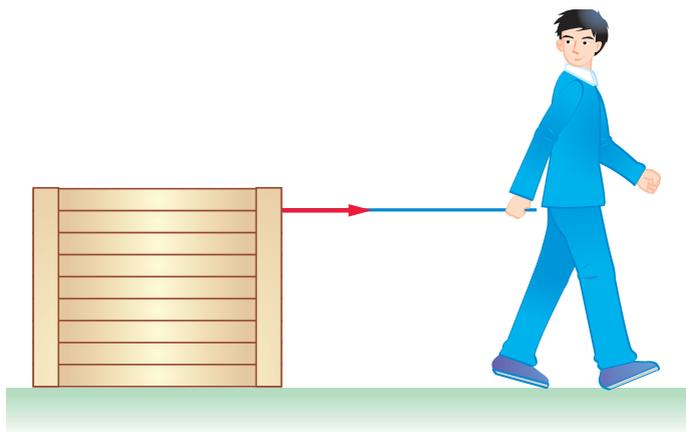
有關靜摩擦力的成因以及物體運動之後又會受到什麼樣的摩擦力作用，我們將這些進一步的細節留待第四章第四節再做討論。



▲ 圖 3-45 櫥櫃靜止不動表示靜摩擦力與推力相互抵銷。

範例 3-14

在圖 3-46 中，木箱重量為 60 kgw，與地面之間的靜摩擦係數為 0.40，一人欲拉動木箱，所需的最小水平拉力為何？



▲ 圖 3-46 水平拉木箱

解答

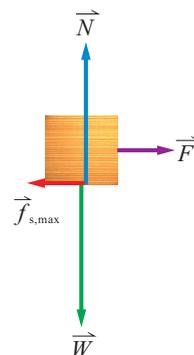
在圖 3-47 中，人所施的拉力 F 必須能抵銷最大靜摩擦力，木箱才會開始運動，即

$$F > f_{s,\max}$$

在鉛直方向上，正向力 N 和木箱重量 W 的量值相等，故此人所須施的拉力為

$$\begin{aligned} F > f_{s,\max} &= \mu_s N = 0.40 (60 \text{ kgw}) \\ &= 24 \text{ kgw} \end{aligned}$$

即所須的最小拉力為 24 kgw。

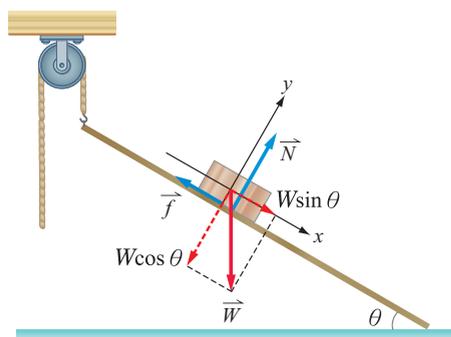


▲ 圖 3-47 水平拉木箱的自由體受力圖

5

10

我們常見到物體可靜止在斜面上而不滑下來，這是因為有摩擦力存在的緣故。如圖 3-48 所示，物體靜置於斜角 θ 可調整的粗糙斜面上，物體所受的重力 \vec{W} 鉛直向下，斜面作用於物體的正向力 \vec{N} ，方向垂直於斜面。若僅重力和正向力作用於物體，則兩者的合力不為零，無法平衡，故斜面必有靜摩擦力 \vec{f} 作用於物體。取 x 和 y 軸分別平行和垂直於斜面的方向，將重力 \vec{W} 沿此兩方向分解得 $W \sin \theta$ 和 $W \cos \theta$ 的分力。由平移平衡的條件得



▲ 圖 3-48 靜置於粗糙斜面上的物體

$$-f + W \sin \theta = 0$$

3-9 式

$$N - W \cos \theta = 0$$

3-10 式

若物體與斜面之間的靜摩擦係數為 μ_s ，式中的靜摩擦力 f 應滿足下式：

$$f \leq f_{s,\max} = \mu_s N$$

將 (3-9) 式和 (3-10) 式中的 f 和 N 代入，得

$$W \sin \theta \leq \mu_s W \cos \theta$$

即

$$\tan \theta \leq \mu_s$$

3-11 式

如果斜角 θ 由零漸增，開始時滿足 (3-11) 式，物體可靜止在斜面上；當角度增大至某一角度 θ_s ，符合下面關係時，

$$\tan \theta_s = \mu_s$$

3-12 式

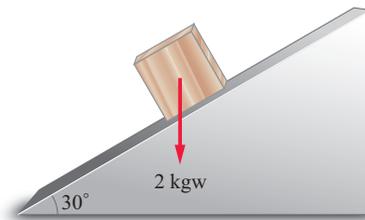
物體開始下滑。因此，透過測量 θ_s 的數值我們便可利用此一簡便的實驗得到 μ_s 的大小。若斜面的斜角大於 θ_s ，使得

$$\tan \theta > \mu_s$$

則物體將往下滑動，無法維持靜力平衡了。

範例 3-15

在圖 3-49 中，斜角為 30° 的固定斜面上放置重 2.0 kgw 的物體，物體和斜面之間的靜摩擦係數為 0.40 。今沿平行於斜面的方向上施力，使物體靜止在斜面上，求此力的量值範圍。



▲ 圖 3-49

因 $\tan 30^\circ = 0.58 > \mu_s (= 0.40)$ 物體會沿斜面滑下。沿斜面方向施力於物體時，若施力太小，則物體仍可能滑下，此時作用於物體的摩擦力方向為沿斜面向上，如圖 3-50(a)所示；若施力太大，則物體可能往上滑動，此時的摩擦力方向為沿斜面向下，如圖 3-50(b)所示。

在圖 3-50(a)中，由平移平衡的條件得

$$F + f - 2 \text{ kgw} \sin 30^\circ = 0$$

$$N - 2 \text{ kgw} \cos 30^\circ = 0$$

因 $f \leq \mu_s N = 0.40 N$

由以上三式解得

$$F \geq 0.31 \text{ kgw}$$

在圖 3-50(b)中，由平移平衡的條件得

$$F - f - 2 \text{ kgw} \sin 30^\circ = 0$$

$$N - 2 \text{ kgw} \cos 30^\circ = 0$$

再由

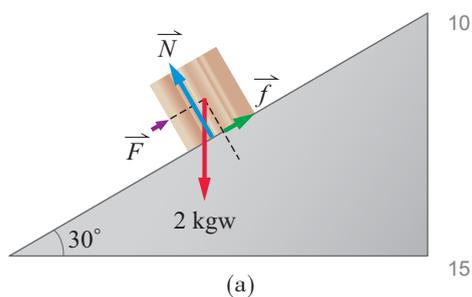
$$f \leq \mu_s N = 0.40 N$$

解得

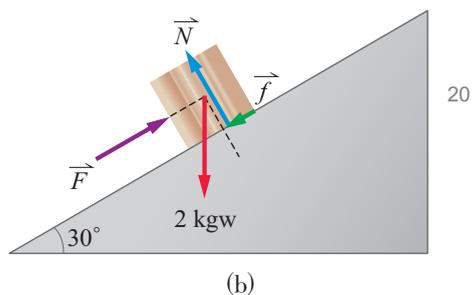
$$F \leq 1.7 \text{ kgw}$$

綜合這兩個情況，施力 F 的範圍為

$$0.31 \text{ kgw} \leq F \leq 1.7 \text{ kgw}$$



(a)



(b)

▲ 圖 3-50