列印成品

2016年10月6日　　下午 08:31

重點 1 基本三角函數(銳角)→直角三角形邊角關係

1. 縱向連結

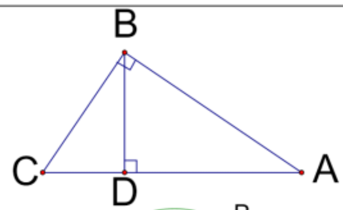
(1)畢氏定理 ：__________________

(2)母子相似定理 推廣 <u>算幾不等式</u>

① 、__________________

② 、__________________

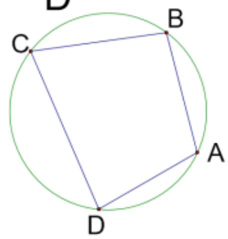
③ 、__________________



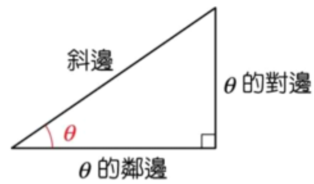
(3) 圓內接四邊形 推廣 <u>托若密定理</u>

① 、__________________

② 、__________________



2. 銳角 θ 在直角三角形中的邊長<u>比值</u>，我們定義了以下代號：



$\sin\theta = \dfrac{\theta\text{對邊長}}{\text{斜邊長}}$ =__________，稱為 θ 的正弦。

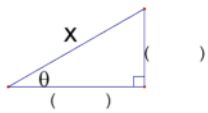
$\cos\theta = \dfrac{\theta\text{鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ =__________，稱為 θ 的餘弦。

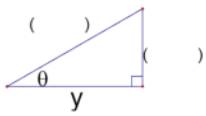
$\tan\theta = \dfrac{\theta\text{對邊長}}{\theta\text{鄰邊長}}$ =__________，稱為 θ 的正切。

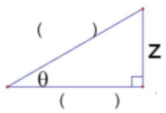
3. 三角函數初步應用及關係：

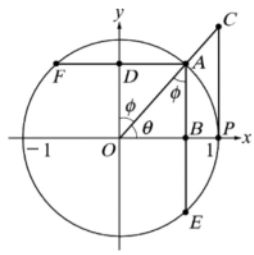
(1)定義直角三角形中任兩邊的比值代號後，便可進一步作為邊長推導的工具

三角函數與邊角互推 推廣：單位圓中，正弦、餘弦為線段長幾何



，


，




$\sin\theta =$

$\cos\theta =$

$\tan\theta =$

(2)平方關係 (畢氏推廣) 商數關係(比值推廣) 餘角關係

4. 常見結論：

(1)乘法公式應用：

(2)恆等關係式 $\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} =$__________ $\dfrac{\cos\ \theta}{1-\sin\ \theta} = \dfrac{1+\sin\ \theta}{\cos\ \theta}$

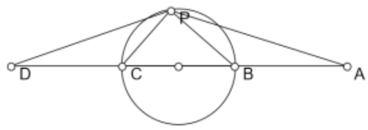
練習：例題 2、

補充：有兩組平行線兩平行線距皆為 1，此兩組平行線銳夾角為θ，平行四邊形部分由兩組平行線所構成陰影，求陰影部分的面積為何？

(A) $\sin\theta$ (B) $\dfrac{1}{\sin\theta}$ (C) $\dfrac{1}{1-\cos\theta}$ (D) $\dfrac{1}{1-\sin^2\theta}$ (E) $\dfrac{1}{(1-\cos\theta)^2}$

設 $f(n)=\cos^n\theta+\sin^n\theta$，求 $2f(6)-3f(4)$ 的值

如右圖，設 $\overline{AD}$ 的三等分點為 B,C，以 $\overline{BC}$ 為直徑的圓周上取一點 P (異於 B,C)，若 $\theta=\angle APB$, $\phi=\angle DPC$，則 $\tan\theta\cdot\tan\phi=$ ＿＿＿＿＿＿ 。



重點 2　廣義三角函數

1、 廣義角的定義：

始邊放在 x 軸正向上，角的終邊落在第 X 象限，就稱這個角為第 X 象限角。當角的終邊落在坐標軸上時，稱這個角為__________。

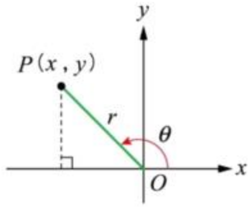
並定義逆時針方向旋轉的旋轉量是正的，順時針方向旋轉的旋轉量是負的，此為有向角。

度數也不限於 0°到 180°之間，而且不限制旋轉的圈數，我們就統稱為**廣義角**。

對於終邊相同的角我們稱為__________

ex) $\theta\in$第三象限角，則 $\frac{\theta}{3}$ 是第幾象限角？

2、 廣義角的三角函數：利用有向角及座標 $P(x,y)$



定義：$\sin\theta=\frac{y}{r}$，$\cos\theta=\frac{x}{r}$，$\tan=\frac{y}{x}$

平方關係　　　　商數關係　　　　角度轉換關係

$(180^\circ\pm\theta)$

$(90^\circ\pm\theta)$

$(270^\circ\pm\theta)$

ex>已知 $\cos 100^\circ=k$，試以 k 表示 $\sin 100^\circ$ 與 $\tan 100^\circ$和 $\sin260^\circ$。

3、 透過(x,y)在象限中的正負關係可推的不同象限角中三角函數的正負關係

練習：例題 1、3、4

重點 3 極坐標

1、 直角坐標與極坐標的轉換：

(1) 若 P 點的極坐標為 $[r,\theta]$，則直角坐標為 $(x,y)=(r\cos\theta,r\sin\theta)$。

(2) 若 P 點不是原點且直角坐標為 (x,y)，則極坐標為 $[r,\theta]$

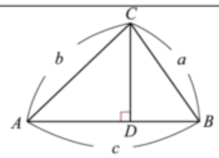
其中 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，$\cos\theta=\frac{x}{r}$，$\sin\theta=\frac{y}{r}$

2、 圓的參數式　　　三角函數表示　　　　複數平面應用

$x^2+y^2=r^2$　→

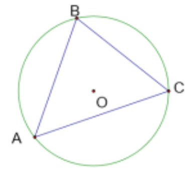
重點 4　正弦定理

1. $\triangle ABC$ 面積＝



正比關係：

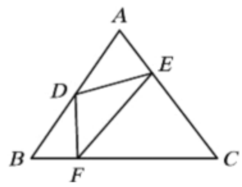
外接圓關係：



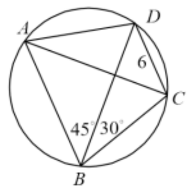
2. 面積比例關係

ex) 如右圖，在$\triangle ABC$ 中，D，E，F 分別在 $\overline{AB}$， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BC}$ 上，

而且 $\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$，$\overline{AE}=\dfrac{1}{3}\overline{AC}$，$\overline{BF}=\dfrac{1}{4}\overline{BC}$，試求$\triangle DEF$ 與$\triangle ABC$ 的面積比值



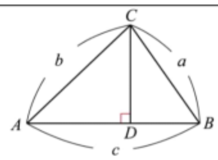
3. 正弦定理重要應用：兩三角形有同一外接圓或內接於等圓



練習：例題 6

重點 5　餘弦定理

1. 藉由投影定理推廣：



2. 平行四邊形定理：

中線定理：

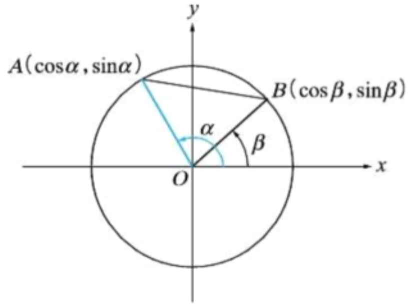
海龍公式：

練習：例題 5

重點 6　和差角公式及倍半角推廣

1. 利用距離公式及餘弦定理表達出

$\overline{AB}^2$ =________________=___________________



推出了第一個和差角公式____________________________

$(1)\sin(\alpha+\beta)=$

$(2)\sin(\alpha-\beta)=$

$(3)\cos(\alpha+\beta)=$

$(4)\cos(\alpha-\beta)=$

$(5)\tan(\alpha+\beta)=$

$(6)\tan(\alpha-\beta)=$

乘法關係：$(1)\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta(=\cos^2\beta-\cos^2\alpha)$

$(2)\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta(=\cos^2\beta-\sin^2\alpha)$

2. 倍角公式

$\sin 2\theta=$

$\cos 2\theta=$

$\tan 2\theta=$

3. 半角公式

$s\text{in}\dfrac{\theta}{2}=$

$\cos\dfrac{\theta}{2}=$

4. 推廣三倍角公式

練習：例題 7、8、9、10、12、13