Youtube 標題：【吳銘數學】140-高三選修數學甲(上) |機率統計 II—二項式分布—白努利試驗介紹 | 20160913 二勤。
授課教師：吳銘祥老師
影片內容：高三選修數學甲(上) 機率統計 II—獨立事件介紹
課堂實境：20160913 二勤
發佈日期：2016 年 9 月 16 日
課堂講義：
影片長度：33min
影片網址：https://youtu.be/Iiwzh5_85tM
吳銘祥老師數學教室：http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...

乙、重複試驗與二項分布

＊**重複試驗**：同一個試驗重複施行多次，每次的結果互不影響（即互相獨立），則稱此試驗為重複試驗。計算重複試驗的機率，因為互相獨立，只要計算個別機率再相乘即可。

＊**白努利試驗**：隨機試驗通常會有許多種結果。如果我們只對其中某幾種結果有興趣，就把這些結果統稱為「成功」，而將其餘結果稱為「失敗」；像這樣把結果只分為兩類的試驗，稱為白努利試驗。

本節只討論重複做白努利試驗，而且每次試驗結果是獨立的。

＊我們可以重複執行一項白努利試驗，並且每次試驗的結果均互相獨立，這樣的獨立重複試驗是可以用二項分布來清楚描述的。

＊**二項分布**：如果重複做 n 次白努利試驗，每次試驗結果是獨立的，而且每次成功的機率都是 p（$0\le p\le 1$），我們想知道這 n 次試驗中恰有 k 次（k 為整數，且 $0\le k\le n$)成功的機率，這種機率分布就稱為**二項分布**。

以隨機變數 X 表示成功的次數，則 n 次中成功 k 次的機率為

$P(X=k)=C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$ $\quad k=0$，1，$\cdots$，n ．即 X 的機率分布如下：

X	0	1	…	K	…	n
P	$C_0^n p^0(1-p)^n$	$C_1^n p^1(1-p)^{n-1}$	…	$C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$	…	$C_n^n p^n(1-p)^0$

因為$C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$（$k=0$，1，2，…，n）恰好是$\left(p+(1-p)\right)^n$的**二項**展開式中的

各項，即$\left(p+(1-p)\right)^n=C_0^n p^0(1-p)^n+C_1^n p^1(1-p)^{n-1}+\cdots+C_k^n p^k(1-p)^{n-k}+\cdots+C_n^n p^n(1-p)^0$

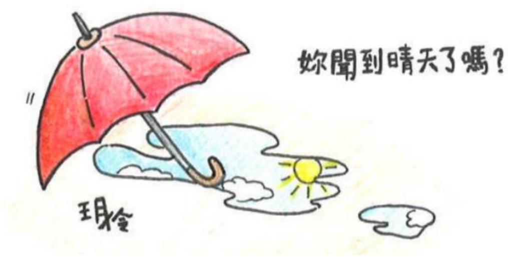
又$\left(p+(1-p)\right)^n=1^n=1$，印證了各種可能發生的機率總和為 1，

我們稱這種試驗中成功次數 X 的機率分布為**二項分布**。

因此稱隨機變數 X 的機率分布是參數為 (n , p) 的二項分布，

記為 X～B (n , p)。 ***B*** **表示 Binomial distribution 二項分布。**

＊



範例1.

盒子裡裝著 2 顆白球和 3 顆紅球。假設每次取球的結果是互相獨立的。若從盒子中隨意取出一球，記錄顏色後再放回，試求取球 5 次中，紅球恰好出現 3 次的機率。

類題 1

設 p_1 表示丟 2 枚均勻硬幣時，恰好出現 1 個正面的機率；p_2 表示擲 2 個公正骰子時，恰好出現 1 個偶數點的機率；p_3 表示丟 4 枚均勻硬幣時，恰好出現 2 個正面的機率。試問下列選項何者正確？

(A) $p_1 = p_2 = p_3$　(B) $p_1 = p_2 > p_3$　(C) $p_1 = p_3 < p_2$

(D) $p_1 = p_3 > p_2$　(E) $p_3 > p_2 > p_1$

範例2.

重複投擲一公正的骰子 5 次，試問：

(1)若恰好出現 3 次 1 點的機率為 $\frac{m}{6^5}$，則 m 值為何？

(2)若第 5 次恰好是出現第 3 次 1 點的機率為$\frac{n}{6^5}$，則 n 值為？

類題 1

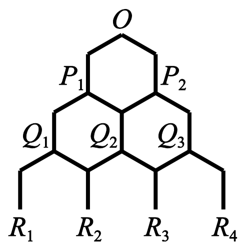
擲一公正的骰子 10 次 .

(1) 恰好出現 7 次 6 點的機率為$\frac{x}{6^{10}}$， 求x .

(2) 第 10 次恰好是出現第 7 次 6 點的機率為$\frac{y}{6^{10}}$， 求y

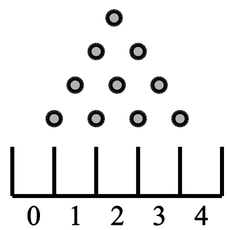
範例3.

右圖是一個分枝管道圖，從上方 O 處放入一顆彈珠，彈珠會隨機的向左或向右落下，若彈珠在分枝處向左或向右落下的機率相等，求彈珠出現在 R_2 的機率



類題 1

彈珠臺的遊戲中，從上方放入一顆彈珠，彈珠每撞擊到釘柱時，會隨機的向左或向右落下而撞擊下一層的釘柱，設彈珠臺有 4 層釘柱，到最後落到下方編號 0～4 的格子中．若彈珠每次向左或向右落下的機率相等，則(1) 彈珠落到 1 號格子的機率是多少？(2)寫出彈珠落到各格子中的機率分別為多少？(3)彈珠落到幾號格子機率最大？



範例4.

長期以來某地區氣象預報的準確率為 60 %，令隨機變數 X 表示預報 5 次的準確次數，而其預測結果的準確與否符合二項分布，試求：

(1)恰有 3 次準確的機率。 (2)至少有 3 次準確的機率。

類題 1

某人長期以來購買刮刮樂的中獎率為 40 %，令隨機變數 X 表示購買 5 張彩券的中獎張數，且中獎與否符合二項分布，試求：(1) 恰有 3 張中獎的機率。(2) 至少有 3 張中獎的機率。