

3-1-4 綜合例題

例 5. (1)  $a^{2x} = \sqrt{5}$  , 求

$$\textcircled{1} \frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\textcircled{2} \frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2)  $a^x + a^{-x} = 5$  , 求  $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^{2x} + a^{-2x}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ex6. 計算下列各式的值

$$(1) \frac{10^{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}{10^{\sqrt{2}}}$$

$$(2) 16^{\frac{3}{4}(\sqrt{2}+1)} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{\sqrt{2}+2} + \left(\frac{4}{9}\right)^{-1.5}$$

(3) 已知  $a$  為正數且  $a^{-2x} = 3$  , 試求  $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$  之值

(4) 已知  $x$  為正數且  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$  , 試求  $\frac{x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} + 2}{x^2 + x^{-2} + 3}$  之值

(5) 設  $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$  ,  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  , 若  $f(a) = 4$  且  $f(b) = 3$  , 則  $f(a+b) = ?$

**例7.** 設  $f(x) = 5^x + 5^{-x}$  且  $\alpha, \beta$  是  $f(x) = 11$  的解，試求下列各式的值

(1)  $\alpha + \beta$

(2)  $5^\alpha + 5^\beta$

**例6.** 設  $a, b$  皆為實數，若  $67^a = 27$ ,  $603^b = 81$ ，試求  $\frac{3}{a} - \frac{4}{b}$  之值

**例8.**(1) 已知  $(0.00017)^a = 100$ ,  $(1.7)^b = 1000$ ，求  $\frac{2}{a} - \frac{3}{b}$

(2)  $x, y, z \in R, xyz \neq 0$ ，已知  $3^x = 5^y = 15^z$ ，求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$  之值

**例9.** 設  $2^{0.6} = a$ ,  $2^{0.03} = b$ ，試將下列指數用  $a, b$  表示：

(1)  $2^{1.63}$

(2)  $2^{1.17}$

**例7.** 統計學家克利夫蘭詳細研究人體的眼睛後發現：眼睛看到的圖形面積與此圖形實際面積的 0.7 次方成正比。今觀察地圖上大小兩國，感覺大國面積是小國面積的 128 倍，那麼實際上大國面積是小國面積的幾倍？

**例10.** 「十二平均律」是鋼琴音階的依循規則：每一個音的弦長都是前一個音弦

長的 $\frac{1}{\sqrt[12]{2}}$ 倍。設第一個音的弦長為1，則第 $n$ 個音的弦長為 $\frac{1}{2}$ 時，則 $n$ 的值為何？

**Ex11.**草履蟲在合適的環境下，平均每6小時就可以分裂成原來的2倍。問：

(1)一天後草履蟲的個數是原來的多少倍？

(2)如果目前草履蟲的個數為 $n$ 個，那麼幾小時前是 $\frac{n}{32}$ 個？

**Ex12** 某食品實驗室混和甲、乙兩種菌類製成一種新食品，調查發現乙菌個數是甲菌個數的千倍以上時，新產品才受歡迎，又知道甲菌一日後增加一倍，乙菌增加三倍（成為原來的四倍）。現在取同數量的甲、乙兩菌，讓它們同時繁殖。試問第\_\_\_\_\_天後混和甲、乙兩菌類才能製成受歡迎的食品。

**Ex13.**在西元2007年，某地區人口為 $5 \times 10^7$ 人，若每年人口平均成長率為1%，

那從2007年算起， $x$ 年後，該地區的人口數表成 $x$ 的函數為 $f(x)$ ，

(1)試求 $f(x)$

(2)估測2017年該地區的人口數。(已知 $(1.01)^{10} = 1.1046$ )

### 隨堂練習參考答案

6. (1) 10 (2)  $\frac{7}{2}$  (3)  $\frac{13}{3}$  (4)  $\frac{2}{5}$  (5)  $\frac{13}{7}$  7. (1) 0 (2) 11

8. (1) -4 (2) 0

9. (1)  $2ab$  (2)  $\frac{a^2}{b}$  10. 13 11. (1) 16 (2) 30 12. 10

13. (1)  $f(x) = 5 \cdot 10^7 \cdot (1.01)^x$  (2)  $5.523 \times 10^7$  人