

Youtube 標題：【吳銘數學】117-高二數學(下)|矩陣—反矩陣介紹| 20160518 二恭。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 矩陣—反矩陣介紹

課堂實境：20160518 二恭

發佈日期：2016 年 5 月 18 日

課堂講義：

影片長度：23min

影片網址：<https://youtu.be/zasNmrf2qFw>

吳銘祥老師數學教室：[http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...](http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/)

乙、二階反方陣

* 在實數的乘法中，對於每個不為 0 的實數 a ，都有一個對應的實數

$\frac{1}{a}$ ，即為 a^{-1} ，

$$\text{使得 } a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$$

那在矩陣的乘法中，對任意非零方陣 A 是否也有一個方陣與其乘積

剛好是單位矩陣 I 呢？

* 反方陣的定義：

設 A 為 n 階方陣。若有一 n 階方陣 B ，滿足 $AB = BA = I_n$ ，則稱 B 為 A 的乘法反方陣

(簡稱反方陣)，並以 A^{-1} 表示

*有了反方陣的定義之後，底下有兩個事實必須知道：

(1)除了零方陣之外，每個方陣並不是都有反方陣。

例如：非零方陣

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

就沒有反方陣。理由是：因為 A 與任意二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的乘積

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

都不等於 2 階單位方陣 I_2 ，所以 A 沒有反方陣。

(2)若方陣 A 有反方陣，則其反方陣只有一個。理由如下：

設方陣 B 與 C 都是 A 的反方陣。因為

$$AB = BA = I_n \text{ 且 } AC = CA = I_n,$$

所以

$$B = BI_n = B(AC) = (BA)C = I_n C = C.$$

故 A 的反方陣只有一個