

Youtube 標題：【吳銘數學】115-高二數學(下)|矩陣—轉移矩陣應用| 20160516

二儉。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 矩陣—轉移矩陣應用

課堂實境：20160516 二儉

發佈日期：2016年5月16日

課堂講義：

影片長度：45min

影片網址：<https://youtu.be/99QiMcLQLCk>

吳銘祥老師數學教室：[http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...](http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/)

### 3-3 矩陣的應用

在數學與科學中，矩陣是基本的計算工具，且具有非常廣泛的應用。

俄國數學家馬可夫（Andrei Andreyevich Markov，1856～1922）提出的轉移矩陣

為例來說明矩陣的應用。本節亦討論矩陣的乘法反方陣及其求法。

#### 甲、轉移矩陣

\* 假設某地只有甲乙兩家工廠生產並販賣某一種產品

每一年甲工廠的顧客中有 $\frac{3}{4}$ 轉向乙工廠購買此產品，只有 $\frac{1}{4}$ 仍然向甲工廠購買：

而乙工廠的顧客有 $\frac{1}{3}$ 轉向甲工廠購買，其餘 $\frac{2}{3}$ 的顧客仍然向乙工廠購買，請問

(1)一年、二年、三年後，甲乙兩家工廠的市場佔有率為何？

(2)長久下去最後甲乙兩工廠的市場佔有率為何？

[解法]：

設甲乙兩工廠目前市場佔有率為  $x_0$ ， $y_0$ ，其中  $x_0+y_0=1$ ，

$n$  年後甲乙兩工廠市場佔有率分別為  $x_n$ ， $y_n$

第一年甲、乙工廠的市場佔有率  $x_1 = \frac{1}{4}x_0 + \frac{1}{3}y_0$  ,  $y_1 = \frac{3}{4}x_0 + \frac{2}{3}y_0$

第二年甲、乙工廠的市場佔有率  $x_2 = \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{3}y_1$  ,  $y_2 = \frac{3}{4}x_1 + \frac{2}{3}y_1$

第三年甲、乙工廠的市場佔有率  $x_3 = \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{3}y_2$  ,  $y_3 = \frac{3}{4}x_2 + \frac{2}{3}y_2$

.....

第  $n+1$  年甲、乙工廠的市場佔有率  $x_{n+1} = \frac{1}{4}x_n + \frac{1}{3}y_n$  ,  $y_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + \frac{2}{3}y_n$

Q: 伊斯蘭恐怖組織 ISIS 以前叫什麼名稱?



A: waswas

範例1.

有分別裝有  $a$  公升與  $b$  公升水的甲、乙兩支瓶子。每一輪操作都是先將甲瓶的水倒出一半到乙瓶，然後再將乙瓶的水倒出一半回甲瓶。

(1) 寫出此倒水問題的轉移矩陣  $A$ 。

(2) 若  $a = \frac{3}{5}$ ,  $b = \frac{2}{5}$ , 則一輪後、二輪後及三輪後的水量

分布矩陣  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  分別為何?

類題 1

假設某城市及其近郊人口遷移狀況為：每年住在城裡的人有 90% 留在城裡，有 10% 流向郊區；而郊區的人有 80% 留在郊區，有 20% 搬到城裡。

(1) 寫出此人口遷移的轉移矩陣  $A$ 。

(2) 已知城裡與郊區目前的人口分別占 70% 與 30%，求 1 年及 2 年後城裡人口所占的比例