

Youtube 標題：【吳銘數學】114-高二數學(下)|矩陣—矩陣乘法應用| 20160506

二恭。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 矩陣—矩陣乘法應用

課堂實境：20160506 二恭

發佈日期：2016 年 5 月 6 日

課堂講義：

影片長度：45min

影片網址：https://youtu.be/PQ7zB_JKULw

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/>

範例8.

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- (1) 求 AB . (2) 判斷 BA 是否存在

類題 1

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 求 AB . (2) 判斷 BA 是否存在



範例9.

(1) 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 求 AB 與 AC .

(2) 「若 $AB = O$, 則 $A = O$ 或 $B = O$.」是對的敘述嗎?

(3) 「若 $AB = AC$, 且 $A \neq O$, 則 $B = C$.」是對的敘述嗎?

類題 1

已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, 求 AB 與 AC , 並比較

它們是否相等

範例10.

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{求 } (AB)C \text{ 與 } A(BC) .$$

類題 1

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}, \text{求 } AC \text{ 與 } (A+B)C ,$$

並比較它們是否相等

範例11.

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 25 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 14 & -7 & 0 \\ -7 & 21 & -7 \\ 0 & -14 & 7 \end{bmatrix}, \quad \text{求 } AB.$$

類題 1

$$\text{已知矩陣 } A = \begin{bmatrix} 21 & 7 \\ 35 & 14 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 26 & -13 \\ -65 & 39 \end{bmatrix}, \quad \text{求 } AB.$$



範例12.

已知矩陣 $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 求下列各矩陣:

(1) A^4 .

(2) $A + A^2 + A^3 + A^4$.

(3) $\sum_{k=1}^{50} A^k$

類題 1

設矩陣 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(1) 求 A^3 . (2) 求 A^{101}

範例13.

設 $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ，利用數學歸納法證明：對所有正整數 n ，

$$A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & -\sin n\theta \\ \sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}.$$

類題 1

已知 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，求 $A^{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.

範例14.

$$\text{設 } A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \text{ 求 } (A^2 - B^2) - (A+B)(A-B)$$

類題 1

$$\text{已知 } A = \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} \text{ 滿足 } (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2,$$

求實數 a , b 的值.

範例15.

$$\text{設 } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}. \text{ 試將方陣 } (I+A)^3 \text{ 化為 } aI+bA \text{ 的形式(} a,$$

b 為實數), 並求出 a, b 的值

類題 1

$$\text{設矩陣 } A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 試將 } (I+A)^2 \text{ 表示成 } aI+bA \text{ (} a, b \text{ 為實}$$

數) 的形式, 並求出 a, b 的值