Youtube 標題:【吳銘數學】113-高二數學(下) |矩陣—矩陣乘法介紹與 Excel |

20160504 二恭。

授課教師:吳銘祥老師

影片內容:高二數學(下) 矩陣一矩陣乘法介紹與 Excel

課堂實境: 20160504 二恭 發佈日期: 2016 年 5 月 4 日

課堂講義:

影片長度: 48 min

影片網址: https://youtu.be/uVxeV68 3dY

吳銘祥老師數學教室: http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...

丁、矩陣的乘法

矩陣乘法的定義方式和某些運算性質與實數的乘法有所不同,學習時應注意

*在介紹矩陣乘法前,我們可先複習一下內積的代數關係式

$$(a,b,c)\cdot(p,q,r) = ap + bq + cr$$

我們可建立一種關係如同此計算過程

可樂/瓶 咖啡/瓶 紅茶/瓶 若今日購買可樂,咖啡,紅茶

30 50 20

3瓶 4瓶 2瓶

請問共花了		
=		
ロカーリフマイしょう		

如同內積紀錄為

*若再將敘述複雜一點

可以記錄成

單價	可樂/瓶	咖啡/瓶	紅茶/瓶
大杯	40	60	25
中杯	30	50	20
小杯	20	45	15

訂購量	和班	平班	善班
可樂	15	10	25
咖啡	15	20	15
紅茶	10	10	0

總支出	大杯	中杯	小杯	
和班				
平班				
善班				



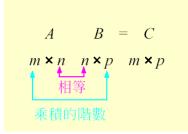
*矩陣乘積的定義

若A是一個 $m \times n$ 階矩陣,B是一個 $n \times p$ 階矩陣,則A和B的乘積AB = C是一個 $m \times p$ 階矩陣,而且C中的每個(i,j)元都等於A的第i列中各元(共有n個元)與B的第j行中各對應元(也有n個元)之乘積的和,即

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1p} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2j} & \cdots & c_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{ip} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mp} \end{bmatrix}$$

$$\not \sqsubseteq r c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$$

*由上述定義得知,當A的<mark>行數</mark>等於B的<mark>列數</mark>時,乘積AB才存在.



- *矩陣運算不滿足的一些定律
 - (1)矩陣的乘法並不滿足交換律, 即乘積AB與BA不一定相等.
 - (2)當矩陣A與B都不是零矩陣時,其乘積AB卻有可能是零矩陣
 - (3)矩陣的乘法並不滿足消去律,即當AB = AC, 目 $A \neq O$ 時, 也不能斷定B=C一定成立
- *矩陣運算滿足的一些定律:

(1)
$$A(B+C) = AB + AC$$
 . (2) $(A+B)C = AC + BC$.

(2)
$$(A+B)C = AC+BC$$
.

(3)
$$r(AB) = (rA)B = A(rB)$$
. (4) $(AB)C = A(BC)$

*單位矩陣:當一個n階方陣,從它的左上角到右下角的對角線上各位置的元 都是 1,而其餘各元都是 0 時,我們稱它為n 階單位方陣,以 I_n 表之 .

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*乘法單位元素

 $A_{3x3} \cdot I_3 = I_3 \cdot A_{3x3} = A_{3x3}$ 這 I_n 在矩陣的乘法中,就相當於實數乘法中的 1