Youtube 標題：【吳銘數學】113-高二數學(下) |矩陣—矩陣乘法介紹與 Excel | 20160504 二恭。
授課教師：吳銘祥老師
影片內容：高二數學(下) 矩陣—矩陣乘法介紹與 Excel
課堂實境：20160504 二恭
發佈日期：2016 年 5 月 4 日
課堂講義：
影片長度：48 min
影片網址：https://youtu.be/uVxeV68_3dY
吳銘祥老師數學教室：http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...

丁、矩陣的乘法

矩陣乘法的定義方式和某些運算性質與實數的乘法有所不同，學習時應注意

＊在介紹矩陣乘法前，我們可先複習一下內積的代數關係式

$$(a,b,c)\cdot(p,q,r)=ap+bq+cr$$

我們可建立一種關係如同此計算過程

可樂/瓶　咖啡/瓶　紅茶/瓶　　若今日購買可樂，咖啡，紅茶

30　50　20　　3 瓶　4 瓶　2 瓶

請問共花了________________________

如同內積紀錄為________________________

＊若再將敘述複雜一點　　可以記錄成

單價	可樂/瓶	咖啡/瓶	紅茶/瓶
大杯	40	60	25
中杯	30	50	20
小杯	20	45	15

$\Rightarrow$

訂購量	和班	平班	善班
可樂	15	10	25
咖啡	15	20	15
紅茶	10	10	0

$\Rightarrow$

總支出	大杯	中杯	小杯
和班			
平班			
善班			

$\Rightarrow$

＊矩陣乘積的定義

若 A 是一個 $m\times n$ 階矩陣， B 是一個 $n\times p$ 階矩陣，則 A 和 B 的乘積 $AB=C$ 是一個 $m\times p$ 階矩陣，而且 C 中的每個 (i,j) 元都等於 A 的第 i 列中各元（共有 n 個元）與 B 的第 j 行中各對應元（也有 n 個元）之乘積的和，即

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nj} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1p} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2j} & \cdots & c_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{ip} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mp} \end{bmatrix}$$

其中 $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{in}b_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$

＊由上述定義得知，當 A 的**行數**等於 B 的**列數**時，乘積 AB 才存在．

$$\begin{array}{ccc} A & B & = C \\ m\times n & n\times p & m\times p \end{array}$$

相等

乘積的階數

＊矩陣運算不滿足的一些定律

(1)矩陣的乘法並不滿足交換律，即乘積 AB 與 BA 不一定相等．

(2)當矩陣 A 與 B 都不是零矩陣時，其乘積 AB 卻有可能是零矩陣

(3)矩陣的乘法並不滿足消去律，即當 $AB=AC$，且 $A\neq O$ 時，
也不能斷定 $B=C$ 一定成立

＊矩陣運算滿足的一些定律：

若 r 為實數，A，B，C 為矩陣，且下列各矩陣運算都有意義，則

(1) $A(B+C)=AB+AC$．　(2) $(A+B)C=AC+BC$．

(3) $r(AB)=(rA)B=A(rB)$．　(4) $(AB)C=A(BC)$

＊單位矩陣：當一個 n 階方陣，從它的左上角到右下角的對角線上各位置的元都是 1，而其餘各元都是 0 時，我們稱它為 n 階單位方陣，以 I_n 表之．

$$I_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\quad I_3=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

＊**乘法單位元素**

$A_{3\times3}\cdot I_3=I_3\cdot A_{3\times3}=A_{3\times3}$　　這 I_n 在矩陣的乘法中，就相當於實數乘法中的 1