

Youtube 標題：【吳銘數學】110-高二數學(下) |矩陣—基本紀錄| 20160502 二勤。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 矩陣—基本紀錄

課堂實境：20160502 二勤

發佈日期：2016 年 5 月 2 日

課堂講義：

影片長度：16min

影片網址：<https://youtu.be/Yc6sWtrc7SY>

吳銘祥老師數學教室：[http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...](http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/)

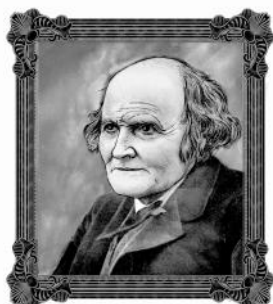
3-2 矩陣的運算

日常生活中的統計表格，常可以用**矩陣**以更簡化的方式呈現。

科別 \ 年級	高中部					
	一年級		二年級		三年級	
	班數	人數	班數	人數	班數	人數
普通科	25	1026	25	1018	26	1081
合計	25	1026	25	1018	26	1081
總班數/總學生數	76 班 3,125 人					

$$\begin{bmatrix} 1026 & 1018 & 1081 & 3125 \\ 25 & 25 & 26 & 76 \end{bmatrix}$$

甲、矩陣的意義與相等



凱利 (Arthur Cayley, 英, 1821~1895)是矩陣理論的先驅。

喜愛爬山的他，曾說「雖然上坡費勁且累，但攻頂時的興奮，

就像解決一道數學難題時的體會」

* 若一矩陣有 m 列 n 行，則稱其為一個 $m \times n$ 階矩陣， $m \times n$ 為其階數” ，

$$\text{記為 } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{ij}]_{m \times n}$$

* $n \times n$ 階矩陣稱為 n 階方陣

* 零矩陣：每個元都是 0 的矩陣，以 $O_{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 階的零矩陣。

* 單位方陣：主對角線均為 1，其他元素均為 0 的方陣，例如 $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

* 矩陣的相等

當兩個矩陣 A 和 B 同階（即列數相等且行數相等），而且它們相同位置的元都相等時，稱矩陣 A 與 B 相等，記作 $A = B$

範例1.

已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，且每一個元 $a_{ij} = i + 2j$ ，求 A

類題 1

已知矩陣 $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ ，且每一個元 $b_{ij} = i + j$ ，求 B

範例2.

已知 $\begin{bmatrix} 3 & b & 2 \\ a & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 5 & c & d \end{bmatrix}$ ，求 a ， b ， c ， d 的值

類題 1

已知 $\begin{bmatrix} a+b & 3c-d \\ 3a-b & c+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ ，求 a ， b ， c ， d 的值

範例3.

設 $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ 滿足 $a_{ij} \in \{-2, 0, 1, 2, 3\}$ ，即二階方陣 A 的每個元素為 -2 、 0 、 1 、

2 、 3 之一，則：

- (1) 上述條件共可造出_____個不同的 A 方陣
- (2) 若 $A^T = A$ ，可造出_____個不同的 A 方陣
- (3) 若 $A^T = -A$ ，可造出_____個不同的 A 方陣

類題 1

設 $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ 滿足 $a_{ij} \in \{0, 1, 2\}$ ，則：

- (1) 上述條件共可造出_____個不同的 A 方陣
- (2) 若 $A^T = A$ ，可造出_____個不同的 A 方陣
- (3) 若 $A^T = -A$ ，可造出_____個不同的 A 方陣