

Youtube 標題：【吳銘數學】107-高二數學(下)|空間中方程式—矩陣紀錄介紹|20160428 二勤。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 空間中方程式—矩陣紀錄介紹

課堂實境：20160428 二勤

發佈日期：2016 年 4 月 28 日

課堂講義：

影片長度：35min

影片網址：<https://youtu.be/EbUZhtgpnY>

吳銘祥老師數學教室：[http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/...](http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/)

§3-1 一次聯立方程式與矩陣

數學是科學的大門和鑰匙。

—Roger Bacon

從以往的經驗發現，我們在求聯立方程式的解時，其實只要把係數紀錄下來，就可以完成爾後的操作。譬如：國二所學的二次方程式的公式解，以及第三冊所學的克拉瑪公式，皆是利用係數即可得到解的方式。矩陣的符號一開始就是由此誕生的。矩陣還能用來描述自然科學或社會經濟現象，例如電腦網路、飛機航線規劃、機率問題的應用，以及平面上基本的線性變換等，是近代數學中不可或缺的工具。

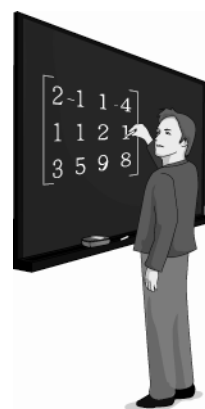
甲、一次聯立方程式的矩陣表示法

$$* \text{聯立方程式} \begin{cases} 2x - y + z = -4 \\ x + y + 2z = 1 \\ 3x + 5y + 9z = 8 \end{cases}$$

我們可以使用分離係數的方式把方程式的各項係數及常數項，依其原來的位置排列成一個矩形陣列，再用一對括號把它們圍起來，稱為**矩陣**，而矩陣中的每一個數稱為該矩陣的**元**，如下：

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{第一列} \\ \leftarrow \text{第二列} \\ \leftarrow \text{第三列} \end{array}$$
$$\begin{array}{l} \uparrow \text{第一行} \\ \uparrow \text{第二行} \\ \uparrow \text{第三行} \\ \uparrow \text{第四行} \end{array}$$

橫的稱為列（由上至下編號），直的稱為行（由左至右編號）



*

聯立方程式

$$\begin{cases} 2x - y + z = -4 \\ x + y + 2z = 1 \\ 3x + 5y + 9z = 8 \end{cases}$$

係數矩陣

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

增廣矩陣

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$$

範例1.

已知一個三元一次聯立方程式所含未知數的順序依次為 x ， y ， z ，且其增

廣矩陣為 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ ，寫出此聯立方程式

類題 1

寫出聯立方程式 $\begin{cases} x - 2y + 3z = 9 \\ -x + 3y = -4 \\ 2x - 5y + 5z = 17 \end{cases}$ 的係數矩陣與增廣矩陣。

範例2.

設 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ ，且 $a_{ij} = 2i - 3j$ ，則矩陣 A 的元素和為_____

類題 1

方陣 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{5 \times 5}$ ，(1)若 $a_{ij} = i - j$ ，則 A 的所有元素和為_____ (2) 若 $a_{ij} = |i - j|$ ，
則 A 的所有元素和為_____