

Youtube 標題：【吳銘數學】82-高二數學(下) | 空間向量—三階行列式基本計算(1)|

20160317 二檢

行列式運算練習與推導。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 空間向量—三階行列式基本計算(1)

課堂實境：20160317 二檢

發佈日期：2016 年 3 月 20 日

課堂講義：

影片長度：26min

影片網址：<https://youtu.be/EUeS59O9ogc>

吳銘祥老師數學教室：[http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/..](http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/)

◎丙、三階行列式

* 我們介紹過二階行列式，即 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$

我們將進一步介紹三階行列式，並討論其性質與應用。

三階行列式

$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ 稱為三階行列式

展開式為 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 - a_3b_2c_1$

其中展開運算規則可以餘因子計算及包心法可幫助記憶。



* 三階行列式的性質

如同二階行列式運算，也是有些運算上的性質，下列一一介紹

1. 行列互換其值不變：

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

2. 任意兩行（列）對調，其值變號：

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_2 & a_1 & a_3 \\ b_2 & b_1 & b_3 \\ c_2 & c_1 & c_3 \end{vmatrix} \quad (\text{第一、二兩行對調}),$$

3. 任一行（列）可以提出同一個數：

$$\begin{vmatrix} a_1 & ka_2 & a_3 \\ b_1 & kb_2 & b_3 \\ c_1 & kc_2 & c_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka_1 & ka_2 & ka_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} . \quad (\text{提行灌列}) .$$

4. 將一行（列）的 k 倍加到另一行（列），其值不變：

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 + ka_3 & a_3 \\ b_1 & b_2 + kb_3 & b_3 \\ c_1 & c_2 + kc_3 & c_3 \end{vmatrix} ,$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 + ka_1 & b_2 + ka_2 & b_3 + ka_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} .$$

5. 兩行（列）成比例，其值為 0 ：

$$\begin{vmatrix} a_1 & ka_3 & a_3 \\ b_1 & kb_3 & b_3 \\ c_1 & kc_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{第二、三兩行成比例}),$$

6.若某一行(列)之每個元素可分成兩行(列)元素的和則行列式可拆為兩個行列式的和:

$$\begin{vmatrix} a_1 + d_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 + e_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 + f_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} d_1 & a_2 & a_3 \\ e_1 & b_2 & b_3 \\ f_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

範例5.

求下列三階行列式的值: (1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$. (2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

Ans: (1) -3 (2) 1

類題 1

求下列三階行列式的值: (1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$. (2) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Ans: (1) -7 (2) -3

範例6.

求下列三階行列式的值：(1) $\begin{vmatrix} 14 & 4 & 6 \\ 21 & 5 & 7 \\ 35 & 7 & 9 \end{vmatrix}$. (2) $\begin{vmatrix} 12 & 33 & 80 \\ 7 & 24 & 45 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$

Ans: (1)0 (2)-33

類題 1

求下列三階行列式的值：(1) $\begin{vmatrix} 7 & 42 & 2 \\ 5 & 30 & 3 \\ 8 & 48 & 4 \end{vmatrix}$. (2) $\begin{vmatrix} 12 & 2 & 7 \\ 5 & 1 & 3 \\ -19 & -4 & -13 \end{vmatrix}$

Ans: (1)0 (2)-3

