

【吳銘數學】68-高二數學(下)|空間向量—向量方向角餘弦特性| 20160302 二恭
空間向量與各坐標軸夾方向角，並說明其特性。

授課教師：吳銘祥老師

影片內容：高二數學(下) 向量方向角餘弦特性

課堂實境：20160302 二恭

發佈日期：2016年3月2日

課堂講義：

影片長度：13min

影片網址：<https://youtu.be/ariMo9asx3Y>

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/>

【補充課程】

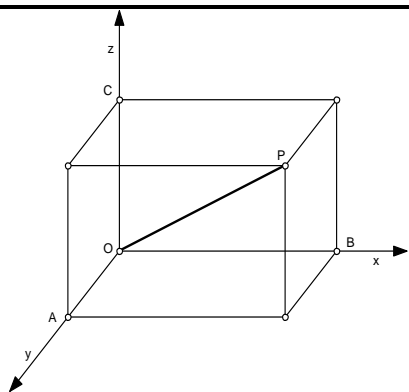
* 方向角與方向餘弦

設 $\overline{OP} = (x_0, y_0, z_0)$ 為一非零向量， α, β, γ 為 \overline{OP} 與 x 軸， y 軸， z 軸正方向的夾角，且 $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi$ ，

則稱 α, β, γ 為 \overline{OP} 的方向角，利用餘弦函數的定義可得：

$$\cos \alpha = \frac{a}{OP}, \quad \cos \beta = \frac{b}{OP}, \quad \cos \gamma = \frac{c}{OP},$$

$\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 稱為 \overline{OP} 的方向餘弦。



方向餘弦性質：

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2,$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$$

【練習 1】

已知空間中兩點 $P(2,1,2)$ ， $Q(3,1+\sqrt{2},1)$ ，試求 \overline{PQ} 的方向餘弦與方向角。

【練習 2】

設 $A(2,-1,2)$ ，若 \overline{AB} 的方向角為 $\frac{\pi}{4}$ ， $\frac{2\pi}{3}$ ， $\frac{\pi}{3}$ ，且 $|\overline{AB}|=4$ ，試求 B 點坐標。

【練習 3】

設 \overline{OP} 為非零向量，已知 $\cos\alpha$ ， $\cos\beta$ ， $\cos\gamma$ 為 \overline{OP} 的方向餘弦，試證：

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1。$$