

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘數學】59-高二數學(上)|向量—利用克拉瑪分類| 20160113

二勤、儉

發佈日期：2016年1月14日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-4 向量—利用克拉瑪分類

課堂時間：20160113 二勤、儉

課堂講義：

影片長度：32min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-4 面積與二階行列式

克拉瑪公式

設 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

當 $\Delta \neq 0$ 時，二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 恰有一組解，且其解為 } x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

* 以幾何的觀點，討論聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解

可分成三種情況並與克拉瑪做比較



	①	②	③
國中時期	交—點 \Rightarrow 一解 $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	平行 \Rightarrow 無解 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	重合 \Rightarrow 無限多解 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

高中時期	$\Delta \neq 0$	$\Delta = 0$	$\Delta = 0$
$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$	$\Delta_x \Rightarrow$ 隨便 $\Delta_y \Rightarrow$ 隨便	$\Delta_x \neq 0$ $\Delta_y \neq 0$	$\Delta_x = 0$ $\Delta_y = 0$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

範例7.

試就實數 k 的值，討論聯立方程式 $\begin{cases} kx+3y=k+3 \\ x+(k-2)y=5-k \end{cases}$ 的解

Ans: $k \neq 3$ 且 -1 時，聯立方程式恰有一解， $k=-1$ 時無解， $k=3$ 無限多解

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{1} / & \textcircled{2} 0 & \textcircled{3} \infty \\ \frac{k}{1} \neq \frac{3}{k-2} & \frac{k}{1} = \frac{3}{k-2} \neq \frac{k+3}{5-k} & \frac{k}{1} = \frac{3}{k-2} = \frac{k+3}{5-k} \\ \hline \Delta \neq 0 & \Delta = 0 & \Delta = 0 \\ \Delta x \neq 0 & \Delta x \neq 0 & \Delta x = 0 \\ \Delta y \neq 0 & \Delta y \neq 0 & \Delta y = 0 \end{array}$$



類題 1

試就實數 k 的值，討論聯立方程式 $\begin{cases} 2x+(3-k)y=-k-5 \\ (3-k)x+2y=k-7 \end{cases}$ 的解

Ans: $k \neq 1$ 且 5 時，聯立方程式恰有一解， $k=5$ 時無解， $k=1$ 無限多解

齊次方程式

範例 9

k 為實數且聯立方程式 $\begin{cases} (2-k)x + 5y = 0 \\ 3x + (4-k)y = 0 \end{cases}$ ，若聯立方程式除了 $(0, 0)$ 外，還有其他解，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

∞ 解

Ans: -1 或 7

$$\Delta = 0$$

$$\checkmark \Delta_x = 0$$

$$\checkmark \Delta_y = 0$$

$$\begin{cases} 2x + y = xy \\ 3x + y = 2xy \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{xy} = 1$$

$$\begin{cases} \frac{2x}{xy} + \frac{y}{xy} = 1 \\ \frac{3x}{xy} + \frac{y}{xy} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 1 \\ 3\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = 1 \quad \frac{1}{x} = -1$$

$$(x, y) = (-1, 1) \quad (0, 0)$$

類題 1

聯立方程式 $\begin{cases} 2x + y = tx \\ 4x - y = ty \end{cases}$ 有異於 $x=0, y=0$ 的解，則

借過一下~

超好笑的哈哈~

Ans: 3 或 -2

