【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘數學】57-高二數學(上) |向量—二階行列式(面積公式推導)| 20160111 二勤

發佈日期：2016 年 1 月 13 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-4 向量—二階行列式(面積公式推導)

課堂時間：20160111 二勤

課堂講義：

影片長度：37min

吳銘祥老師數學教室：http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20

講義內容節錄：

3-4 面積與二階行列式

範例1.

試利用正弦求面積公式推導 $\vec{u}=(a_1,a_2)$，$\vec{v}=(b_1,b_2)$

所夾三角形面積為 $\dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\times|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\sin\theta$

$= \frac{1}{2}\times|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\sqrt{1-\cos^2\theta}$

☆ $= \frac{1}{2}\times\sqrt{|\vec{u}|^2|\vec{v}|^2-(\vec{u}\cdot\vec{v})^2}$

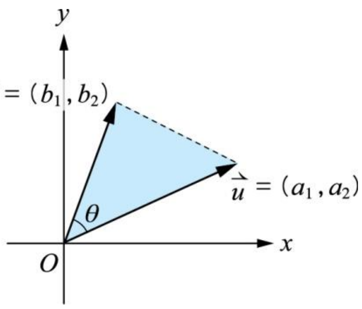
$= \frac{1}{2}\times\sqrt{(a_1^2+a_2^2)\times(b_1^2+b_2^2)-(a_1b_1+a_2b_2)^2}$

$= \frac{1}{2}\times\sqrt{(a_1b_2)^2-2\times(a_1b_2\,a_2b_1)+(a_2b_1)^2}$

$= \frac{1}{2}\times|a_1b_2-a_2b_1| = \frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right|$

I am 行列式

I am 絕對值



類題 1

(1)設 $\vec{u}=(4,3)$，$\vec{v}=(1,2)$，則由 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 所決定的平行四邊形面積為______。

(2)已知平面上三點 A（2，1），B（3，3），C（1，5），則△ABC 的面積為___

Ans: (1)5(2)3

(1) $\cancel{\frac{1}{2}}\times\left|\begin{vmatrix}4&3\\1&2\end{vmatrix}\right|=\underline{5}$

$=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}3-2&3-1\\1-2&5-1\end{vmatrix}\right|$

$B\ \vec{u}(1,2)$

A

$C\ \vec{v}(-1,4)$

(2) $\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}1&2\\-1&4\end{vmatrix}\right|=\underline{3}$

$=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\vec{u}\\\vec{v}\end{vmatrix}\right|=3$

$\vec{x}=3\vec{u}+2\vec{v}=(1,14)$ $\vec{x}$ 和 $\vec{y}$ 所成△面積

$\vec{y}=2\vec{u}+3\vec{v}=(-1,16)$

$\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}1&14\\-1&16\end{vmatrix}\right|$

$=\frac{1}{2}\times30=\underline{15}$

$\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}\vec{x}\\\vec{y}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}3\vec{u}+2\vec{v}\\2\vec{u}+3\vec{v}\end{vmatrix}\right|\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$-2\vec{u}-\frac{4}{3}\vec{v}$

$=\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}3\vec{u}+\cancel{2\vec{v}}\\\frac{5}{3}\vec{v}\end{vmatrix}\right|$

$=\frac{1}{2}\times\left|\begin{vmatrix}3\vec{u}\\\frac{5}{3}\vec{v}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\times3\times\frac{5}{3}\times\left|\begin{vmatrix}\vec{u}\\\vec{v}\end{vmatrix}\right|$ $//6$

$=\underline{15}$ ※

若 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 所成 ▱ $=5$

求 $3\vec{u}+2\vec{v}$ 和 $5\vec{u}-4\vec{v}$ 所成 ▱ = ______

$\left|\begin{vmatrix}\vec{u}\\\vec{v}\end{vmatrix}\right|=5$ $\left|\begin{vmatrix}\cancel{3\vec{u}}+2\vec{v}\\5\vec{u}-\cancel{4\vec{v}}\end{vmatrix}\right|\times2=\underline{?}$

11

$2\times11\times5=\underline{110}$

範例2.

設 $\vec{u}$，$\vec{v}$ 為平面上兩個向量且$|\vec{u}|=2$，$|\vec{v}|=3$，$\vec{u}\cdot\vec{v}=4$，試求：

(1) 由 $\vec{u}$，$\vec{v}$ 所張成的三角形面積。

(2)所成三角形周長為________

Ans: (1) $\sqrt{5}$ (2)

類題 1

$\triangle ABC$ 中，已知$|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=4$，且$\triangle ABC$ 的面積為 $2\sqrt{5}$，

試求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 之值。

範例3.

試說明下列行列式運算規則

(1) 行列互換，其值不變

(2) 兩行（列）對調，其值變號

(3) 任一行（列）乘上 k 倍，其值變為 k 倍

類題 1

試說明下列行列式運算規則

(1) 兩行（列）成比例時，其值為 0

(2) 將一行（列）的 k 倍加到另一行（列），其值不變

(3) 可依任一行（列）將一個行列式拆成兩個行列式

範例4.

求二階行列式(1)$\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$的值　(2) $\begin{vmatrix} 26 & 39 \\ 35 & 53 \end{vmatrix}$的值

Ans: (1) 29 (2)13

類題 1

求二階行列式(1)$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$的值　(2)$\begin{vmatrix} 456 & 455 \\ 789 & 788 \end{vmatrix}$ 的值

Ans: (1)10 (2) 333

範例5.

已知$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=2$，求$\begin{vmatrix} 2a+5b & 3a-4b \\ 2c+5d & 3c-4d \end{vmatrix}$的值

(2)若$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=3$，$\begin{vmatrix} x & y \\ c & d \end{vmatrix}=4$，則$\begin{vmatrix} 4a+3x & 4b+3y \\ 5c & 5d \end{vmatrix}=$______。

Ans: (1)-46(2)120

類題 1

(1)若$\begin{vmatrix} a & b \\ p & q \end{vmatrix}=7$，則$\begin{vmatrix} 2a-3p & a+3p \\ 2b-3q & b+3q \end{vmatrix}=$______。

(2)若$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=3$，$\begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix}=-1$，則$\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ c+2e & d+2f \end{vmatrix}=$______。

Ans:(1)63 (2)3