

### 【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】54-高二數學(上)|向量一點到直線距離(向量投影篇)| 20160106 二恭

發佈日期：2016年1月5日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-3 向量一點到直線距離(向量投影篇)

課堂時間：20160106 二恭

課堂講義：

影片長度：55min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

## 3-3 平面上的直線

### 丙、點到直線的距離

\*坐標平面上，設點  $P$  為直線  $L$  外一點。

若要找出  $P$  到  $L$  的最短距離(即垂直距離)，可藉由以下想法找出：

(1)我們可以利用  $L$  的參數式，求得點  $P$  到直線  $L$  上的點的距離的最小值；  
這個最小值，就稱為點  $P$  到直線  $L$  的距離。

(2)因為最短距離發生時， $L$  上的點是  $P$  對  $L$  的投影點(垂足)，故可利用  $90^\circ$  發生，

以  $L$  的參數式表示點  $K$ ，藉由  $\overrightarrow{PK} \perp \overrightarrow{V}_L$  特性。

(3)藉由正射影及向量合成推導出最短距離

\*點到直線的距離公式

點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離  $d$  為

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

\*兩平行直線的距離公式:

兩平行直線  $L_1: ax + by + c_1 = 0$  與  $L_2: ax + by + c_2 = 0$  的距離  $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

範例7.

試證明，點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離  $d$  為

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Hello

類題 1

試證明，兩平行直線  $L_1: ax + by + c_1 = 0$  與  $L_2: ax + by + c_2 = 0$  的距離為

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

範例8.

求點  $P(3,1)$  到直線  $L: 3x - 4y + 5 = 0$  的距離，並求投影點。

Ans: 2

類題 1

點  $(x, y)$  在直線  $12x - 5y - 2 = 0$  上，求  $\sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2}$  的最小值為  
\_\_\_\_\_，此時  $(x, y) =$  \_\_\_\_\_

答：  $\frac{33}{13}$



範例9.

已知圓  $C: (x-5)^2 + y^2 = 25$ ，求通過圓外一點  $P(-2,1)$  且與圓  $C$  相切的直線方程式

Ans:  $3x - 4y + 10 = 0$  和  $4x + 3y + 5 = 0$

類題 1

設圓  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ，圓外一點  $P(3,5)$ ，求過  $P$  且與圓  $C$  相切的切線方程式

Ans:  $x=3$  與  $5x-12y+45=0$

範例10.

設  $A(3, -2)$ ， $B(-5, 1)$ ，若線段  $AB$  與直線  $L: x-4y+4=0$  相交於一點  $P$ ，則  $\overline{AP} : \overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ans: 3 : 1

類題 1

設  $A(3, -2)$ ， $B(5, 1)$ ，若直線  $AB$  與直線  $L: x-4y+4=0$  相交於一點  $P$ ，則  $\overline{AP} : \overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ans: 3 : 1

範例11.

求兩平行直線  $L_1: 3x - 4y - 3 = 0$  與  $L_2: 6x - 8y + 7 = 0$  的距離

Ans:  $\frac{13}{10}$

類題 1

求兩平行直線  $L_1: x - y = 3$  與  $L_2: 3x - 3y - 2 = 0$  的距離

Ans:  $\frac{7\sqrt{2}}{6}$



範例12.

求與直線  $L: 3x - 4y + 1 = 0$  平行且距離為 2 的直線方程式

Ans:  $3x - 4y + 11 = 0$  或  $3x - 4y - 9 = 0$

類題 1

求與直線  $L: x + 2y - 3 = 0$  平行且距離為  $\sqrt{5}$  的直線方程式

Ans:  $x + 2y + 2 = 0$  或  $x + 2y - 8 = 0$

範例13. 已知兩直線  $L_1: x+2y-4=0$  與  $L_2: 2x+y-4=0$ , 求兩直線之交角平分線方程式

Ans:  $x-y=0$   $3x+3y-8=0$

類題 1

已知兩直線  $L_1: x-y-7=0$  與  $L_2: 7x+y-1=0$ , 求兩直線之交角平分線方程式

Ans:  $x+3y+17=0$  與  $3x-y-9=0$

