

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】54-高二數學(上)|向量一點到直線距離(向量投影篇)| 20160106 二恭

發佈日期：2016年1月5日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-3 向量一點到直線距離(向量投影篇)

課堂時間：20160106 二恭

課堂講義：

影片長度：55min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-3 平面上的直線

丙、點到直線的距離

*坐標平面上，設點 P 為直線 L 外一點。

若要找出 P 到 L 的最短距離(即垂直距離)，可藉由以下想法找出：

(1)我們可以利用 L 的參數式，求得點 P 到直線 L 上的點的距離的最小值；
這個最小值，就稱為點 P 到直線 L 的距離。

(2)因為最短距離發生時， L 上的點是 P 對 L 的投影點(垂足)，故可利用 90° 發生，

以 L 的參數式表示點 K ，藉由 $\overrightarrow{PK} \perp \overrightarrow{V}_L$ 特性。

(3)藉由正射影及向量合成推導出最短距離

*點到直線的距離公式

點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離 d 為

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

*兩平行直線的距離公式:

兩平行直線 $L_1: ax + by + c_1 = 0$ 與 $L_2: ax + by + c_2 = 0$ 的距離 $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

範例7.

試證明，點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離 d 為

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Hello

類題 1

試證明，兩平行直線 $L_1: ax + by + c_1 = 0$ 與 $L_2: ax + by + c_2 = 0$ 的距離為

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

範例8.

求點 $P(3,1)$ 到直線 $L: 3x - 4y + 5 = 0$ 的距離，並求投影點。

Ans: 2

類題 1

點 (x, y) 在直線 $12x - 5y - 2 = 0$ 上，求 $\sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2}$ 的最小值為
_____，此時 $(x, y) =$ _____

答： $\frac{33}{13}$



範例9.

已知圓 $C: (x-5)^2 + y^2 = 25$ ，求通過圓外一點 $P(-2,1)$ 且與圓 C 相切的直線方程式

Ans: $3x - 4y + 10 = 0$ 和 $4x + 3y + 5 = 0$

類題 1

設圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ，圓外一點 $P(3,5)$ ，求過 P 且與圓 C 相切的切線方程式

Ans: $x=3$ 與 $5x-12y+45=0$

範例10.

設 $A(3, -2)$ ， $B(-5, 1)$ ，若線段 AB 與直線 $L: x-4y+4=0$ 相交於一點 P ，則 $\overline{AP} : \overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ans: 3 : 1

類題 1

設 $A(3, -2)$ ， $B(5, 1)$ ，若直線 AB 與直線 $L: x-4y+4=0$ 相交於一點 P ，則 $\overline{AP} : \overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ans: 3 : 1

範例11.

求兩平行直線 $L_1: 3x - 4y - 3 = 0$ 與 $L_2: 6x - 8y + 7 = 0$ 的距離

Ans: $\frac{13}{10}$

類題 1

求兩平行直線 $L_1: x - y = 3$ 與 $L_2: 3x - 3y - 2 = 0$ 的距離

Ans: $\frac{7\sqrt{2}}{6}$



範例12.

求與直線 $L: 3x - 4y + 1 = 0$ 平行且距離為 2 的直線方程式

Ans: $3x - 4y + 11 = 0$ 或 $3x - 4y - 9 = 0$

類題 1

求與直線 $L: x + 2y - 3 = 0$ 平行且距離為 $\sqrt{5}$ 的直線方程式

Ans: $x + 2y + 2 = 0$ 或 $x + 2y - 8 = 0$

範例13. 已知兩直線 $L_1: x+2y-4=0$ 與 $L_2: 2x+y-4=0$, 求兩直線
的交角平分線方程式

Ans: $x-y=0$ $3x+3y-8=0$

類題 1

已知兩直線 $L_1: x-y-7=0$ 與 $L_2: 7x+y-1=0$, 求兩直線的交角平分線
方程式

Ans: $x+3y+17=0$ 與 $3x-y-9=0$

