

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】52-高二數學(上)|向量—直線參數式應用題型|

20160105 二儉

發佈日期：2016年1月5日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-3 向量—直線參數式應用題型

課堂時間：20160105 二儉

課堂講義：

影片長度：51min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

### 3-3 平面上的直線

範例1.

設  $L$  為通過  $A(1,2)$ ， $B(3,-1)$  兩點的直線。

- (1) 求直線  $L$  的參數式。      (2) 在  $L$  上找出異於  $A$ ， $B$  的第三個點  
 (3) 由參數式推導直線方程式      (4) 求  $\overline{AB}$  的參數式

Ans: (1)  $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  (2)  $(5,-4)$  (3)  $3x+2y=7$  (4)  $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$

(1)  $L: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$t=0 \rightarrow (1,2)$        $t=1 \rightarrow (3,-1)$        $t=2016 \rightarrow (4033, -6046)$

$(x,y) = (1,2) + (2,-3) \cdot t$

$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (2,-3)$

(4)  $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$

$L: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$y = ax + b$   
 $2 = a + b$   
 $-1 = 3a + b$   
 $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{7}{2}$

$m = -\frac{3}{2}$   
 $y - 2 = -\frac{3}{2}(x - 1)$   
 $3x + 2y - 7 = 0$

$3x = (1+2t) \cdot 3$   
 $+ 2y = (2-3t) \cdot 2$   
 $3x + 2y = 7 + (2+3-4t) \cdot 2$

$(2,-3) \cdot (3,2) = 0$   
 $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$   
 法向量

類題 1

設直線  $L$  通過  $A(1, -2)$ ，且與向量  $\vec{v} = (-2, 3)$  平行，試求：

(1) 直線  $L$  的參數式。(以參數  $t$  表示之，表示法不唯一)

(2) 消去(1)中的參數，求直線  $L$  的方程式。

Ans: (1)  $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+3t \end{cases}$  (2)  $3x+2y=-1$

類題 2

若已知線段的參數式為  $\begin{cases} x=1+t \\ y=-5+4t \end{cases}$ ， $-1 \leq t \leq 2$ ，則此線段的長度為\_\_\_\_\_

Ans:  $3\sqrt{17}$

範例2.

設直線  $L: 3x + 2y - 5 = 0$  的一個參數式為  $\begin{cases} x = 3 + at \\ y = b + 3t \end{cases}$  ( $t$  為實數),  
求實數  $a, b$  的值

Find 2 點  $(3, -2)$   $(1, 1) \Rightarrow \vec{v} = (2, -3)$   
 $\vec{n} = (3, 2)$   
 $\vec{v} = (a, 3) \perp \vec{n} \Rightarrow (3, 2) \cdot (a, 3) = 0$   
 $3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$   
 $t + 2b - 5 = 0$   
 $b = -2$   
 $\frac{a}{2} = \frac{3}{-3} \Rightarrow a = -2$   
 Ans:  $a = -2, b = -2$

類題 1

已知直線  $L$  的參數式為  $\begin{cases} x = 3 + at \\ y = 5 - 2t \end{cases}$  ( $t$  為實數), 且點  $A(1, 7)$  在  $L$  上,

求  $a$  的值

Ans:  $a = 2$

範例3.

已知  $A(3, 4)$  與  $B(-1, 1)$  為坐標平面上兩點,  $P(x, y)$  為線段  $AB$  上一點, 求

$x^2 + 3x + y^2 - 8y$  的最大、最小值, 及此時  $P$  的坐標

$\vec{AB} = (-4, -3)$   
 $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 4 - 3t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$   
 Ans:  $\min: \frac{-274}{25}, P(\frac{3}{25}, \frac{46}{25}); \max: \frac{1}{5}, P(3, 4)$   
 $f(t) = (3-4t)^2 + 3(3-4t) + (4-3t)^2 - 8(4-3t)$   
 $= 25t^2 - 36t + \frac{1}{5}$   
 $t = \frac{-(-36)}{2 \times 25} = \frac{18}{25}$   
 $t = \frac{18}{25}$  有 min  $(\frac{3}{25}, \frac{46}{25}) \rightarrow A \lambda$   
 $t = 0$  有 max  $(3, 4) \rightarrow B \lambda$   
 $x^2 + 3x + y^2 - 8y$



類題 1

已知  $A(3,4)$  與  $B(-1,1)$  為坐標平面上兩點， $P(x,y)$  為直線  $AB$  上一點，求  $x^2 + 8y$  的最小值，及此時  $P$  的坐標

Ans:  $P\left(-3, -\frac{1}{2}\right)$  時有最小值 5

範例4.

設直線  $L_1: \begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ,  $L_2: \begin{cases} x=1+k \\ y=3-k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$ ，求兩直線交點

Ans:  $(1, 3)$

$$\begin{cases} 5+2t = 1+k \\ 1-t = 3-k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t - k = -4 \\ -t + k = 2 \end{cases}$$

$t = -2, k = 0$ .  $(1, 3)$

↓  
解聯立

$$\begin{cases} 1x + 2y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

---

$$y = 3, x = 1$$

$(1, 3)$  ✱

類題 1

兩直線的參數方程式分別為  $L_1: \begin{cases} x=2-t \\ y=1+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ,  $L_2: \begin{cases} x=7+4s \\ y=6-2s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$ ，則兩直線  $L_1$  與  $L_2$  的交點坐標為\_\_\_\_\_。

Ans:  $(-1, 10)$