【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】50-高二數學(上) |向量—利用向量證明幾何特性| 20151231 二儉

發佈日期：2016 年 1 月 4 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—利用向量證明幾何特性

課堂時間：20151231 二儉

課堂講義：

影片長度：23min

吳銘祥老師數學教室：http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

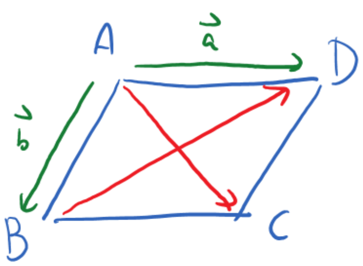
戊、內積在幾何上的應用

＊幾何中的問題，有時也可以用向量內積來處理。
　常見的中線定理、平行四邊形定理、三角不等式

＊$|\vec{u}+t\vec{v}|$的最小值恰為 $\vec{u}$ 之直交化分解的垂直分量長度

範例15.

試證明平行四邊形定理：若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則
$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$



$$|\overrightarrow{AC}|^2=|\vec a+\vec b|^2=(\vec a+\vec b)\cdot(\vec a+\vec b)=|\vec a|^2+|\vec b|^2+\cancel{2\vec a\cdot\vec b}$$

$$+)\ |\overrightarrow{BD}|^2=|\vec a-\vec b|^2=(\vec a-\vec b)\cdot(\vec a-\vec b)=|\vec a|^2+|\vec b|^2-\cancel{2\vec a\cdot\vec b}$$

$$\overline{AC}^2+\overline{BD}^2=2\times(|\vec a|^2+|\vec b|^2)$$

類題 1

利用平行四邊形定理證明三角形中線定理：三角形 ABC 中，若 $\overline{AM}$ 為 $\overline{BC}$ 邊的中線，則 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

類題 2

試利用內積特性證明餘式定理

範例16.

試證明三角不等式：$|\vec{a}+\vec{b}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$

$-1\leq\cos\theta\leq 1$

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\cos\theta$

$|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-1\times 2|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\leq|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\leq|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+1\times 2|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

$(|\vec{a}|-|\vec{b}|)^2\leq|\vec{a}+\vec{b}|^2\leq(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2$

$|\vec{a}+\vec{b}|\geq 0$

$\sqrt{(|\vec{a}|-|\vec{b}|)^2}\leq|\vec{a}+\vec{b}|\leq\sqrt{(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2}\Rightarrow\left||\vec{a}|-|\vec{b}|\right|\leq|\vec{a}+\vec{b}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$

類題 1

試證明三角不等式：$|\vec{a}-\vec{b}|\geq\left||\vec{a}|-|\vec{b}|\right|$