

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】48-高二數學(上)|向量—正射影推導與應用|20151230 二勤

發佈日期：2016年1月4日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—正射影推導與應用

課堂時間：20151230 二勤

課堂講義：

影片長度：45min

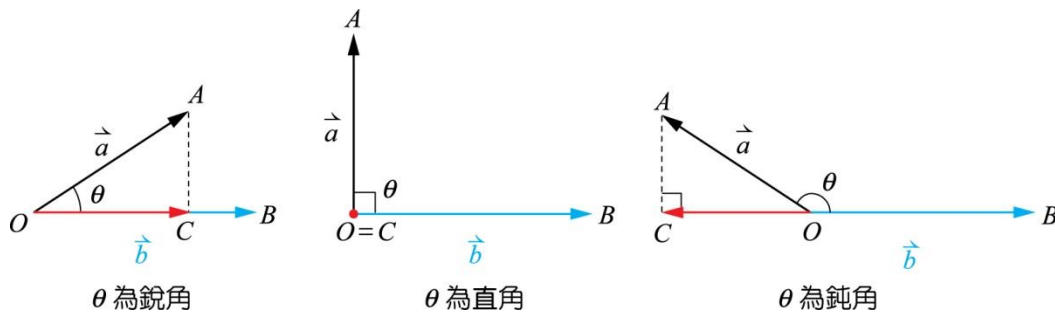
吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

丁、正射影

* 設 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 為平面上兩個非零向量，其夾角為 θ ，從 A 點向直線 OB 作垂線，令垂足為 C ，如圖 39 所示，我們稱向量 \overrightarrow{OC} 為向量 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影。



* 向量 \vec{a} 在非零向量 \vec{b} 上的正射影為 $\vec{c} = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \vec{b}$.

$$\vec{c} = \frac{|\vec{b}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos \theta}{|\vec{b}| \times |\vec{b}|} \times \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \times \vec{b}$$

範例 13

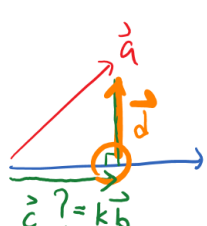
已知 $\vec{a} = (10, 5)$, $\vec{b} = (3, 4)$, 求 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影及正射影的長

$$(1) \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \times \vec{b}$$

$$= \frac{50}{25} \times (3, 4) = \underline{(6, 8)}$$

$$(2) |(6, 8)| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

另解：



設 $\vec{c} = k \cdot (3, 4) = (3k, 4k)$
 $\vec{d} = (10, 5) - (3k, 4k)$
 $= (10 - 3k, 5 - 4k)$
 $\vec{d} \perp \vec{b}$
 $\Rightarrow (10 - 3k, 5 - 4k) \cdot (3, 4) = 0$
 $50 - 25k = 0$
 $k = 2$

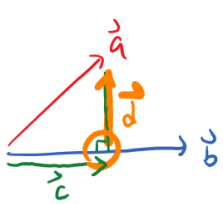
類題 1

已知 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (4, -3)$, 求 \vec{b} 在 \vec{a} 上的正射影及正射影的長



範例 14

將向量 $\vec{a} = (7, 4)$ 分解為與向量 $\vec{b} = (1, 2)$ 平行與垂直的兩個分量。



$$\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \times \vec{b} = (3, 6)$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{c} = (4, -2)$$

$$\vec{a} = (3, 6) + (4, -2)$$

$$\vec{a} = (7, 4) = X(1, 2) + Y(2, -1) = (3, 6) + (4, -2)$$

$$= (X+2Y, 2X-Y)$$

$$\begin{cases} X+2Y=7 \\ 2X-Y=4 \end{cases} \quad \begin{matrix} X=3, Y=2 \end{matrix}$$

$(2, -1)$

類題 1

將向量 $\vec{a} = (4, -3)$ 分解為與向量 $\vec{b} = (-1, 2)$ 平行與垂直的兩個分量