

4-4 摩擦

Physics

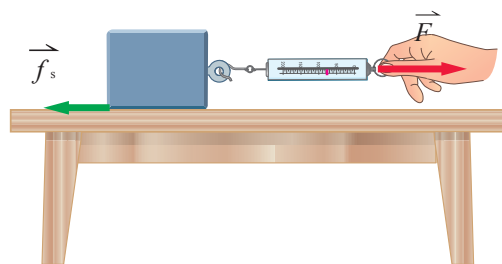
前文說到亞里斯多德根據直覺的觀察，認為若要使物體維持運動，不論是等速運動或是變速度運動，都必須持續對物體施力；如果沒有力的作用，物體就要停下來，這是物體的本性。後來直到十七世紀時，
5 伽利略才指出它的錯誤，其原因就是以前未考慮到摩擦力。

1 摩擦力的性質

在日常生活中，你能體會到摩擦力的存在嗎？摩擦力對我們的生
活有哪些好處，又有哪些壞處呢？本節將說明摩擦力的重要性。

把物體放在水平桌面上，用彈簧秤在水平方向拉著物體時，施力的
10 量值可以顯示在彈簧秤上，並藉著彈簧秤傳遞至物體，如圖 4-39 所示。
當施力 \vec{F} 較小時，物體無法被拉動，此時物體仍然處於靜力平衡狀態，
由平衡條件得知：必有另一外力作用在物體上，將彈簧秤的施力抵銷了，
此外力顯然是桌面對物體的阻力，即為**靜摩擦力**，以 \vec{f}_s 表示。將施力
由零漸增，若物體一直保持靜止，則靜摩擦力的量值應恆與所施外力的
15 量值相等而方向相反，可用下式表示：

$$\vec{f}_s = -\vec{F}$$



▲ 圖 4-39 靜摩擦力把施力抵銷了。

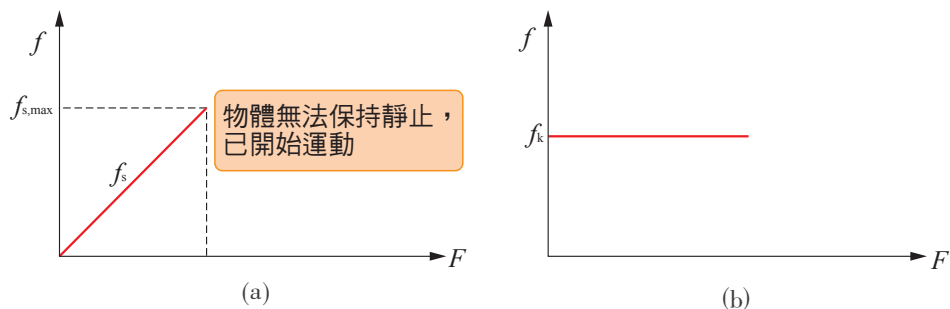
當施力增至某一量值時，物體恰能開始啟動，此時可以看成靜摩擦力已達到最大值，故最大靜摩擦力應等於使物體啟動所需的最小外力；從另一角度來看，最大靜摩擦力也應等於能使物體仍然維持靜止所施的最大作用力，如圖 4-40 (a)。

$$f_s \leq f_{s,\max} \quad 5$$

物體開始運動之後，仍有摩擦阻力作用，我們稱物體與桌面之間有**動摩擦** (kinetic friction, 或 dynamic friction)。實驗測得動摩擦力的量值變動很小，通常可視為定值，以 \vec{f}_k 表示，且動摩擦力通常會比最大靜摩擦力略小，如圖 4-40 (b)。當施力略減小時，使物體恰能維持等速運動，則動摩擦力等於能使物體維持等速運動所需的外力。

$$f_k < f_{s,\max}$$

摩擦力是在日常生活經驗中觀察到的，可以說是一種巨觀的物理量；但是你會不會奇怪摩擦力到底是怎麼產生的呢？這就要從微觀的原子或分子的尺度來一探究竟了。



▲ 圖 4-40 (a)物體靜止時所受的靜摩擦力；(b)物體運動時所受的動摩擦力。

小知識 巨觀與微觀

巨觀的觀點 (macroscopic point of view)：或稱為宏觀的觀點、或大尺度的觀點，是肉眼可以觀察到的，或是日常生活經驗所及的物體或範圍。例如：扳手、蘋果、汽車、火箭、太陽、月亮等。

微觀的觀點 (microscopic point of view)：或稱為小尺度的觀點，需要使用高精密顯微鏡等儀器才能觀察、或由理論推論所及極小的物體或範圍。例如：原子、分子、基本粒子等。

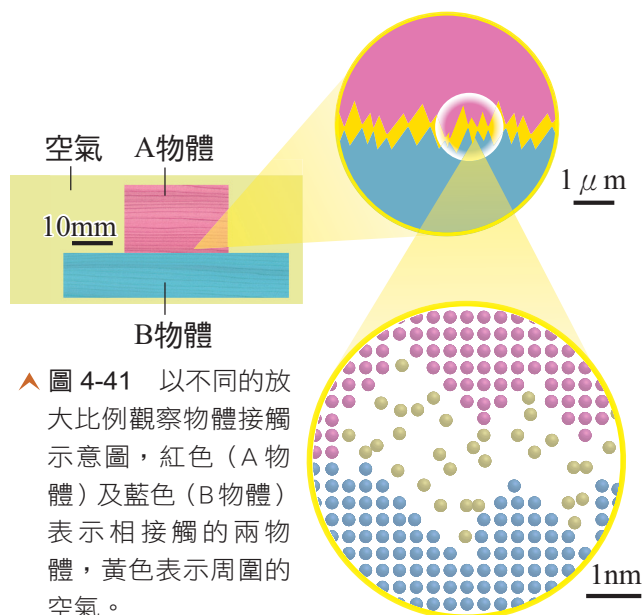
介於微觀和巨觀之間的尺度，也就是奈米至微米的尺度，在 $10^{-9} \text{ m} \sim 10^{-7} \text{ m}$ (或 10^{-6} m) 的範圍，即約 1 ~ 100 (或 1000) 奈米的大小，則屬於介觀 (mesoscopic) 的領域。

儘管物體表面看似非常光滑，如果在高倍率顯微鏡下觀察，你會發現並不如想像的那般平滑，如圖 4-41。因此當一物體在另一物體表面上移動時，表面上凹凸不平處就會妨礙彼此的相對運動。

若要讓物體移動，則還需要克服表面原子或分子間的相互附著作用，這些微觀作用力的整體表現阻礙了物體的運動，這就是造成摩擦力的現象。

通常我們會認為兩物體的接觸表面愈粗糙時，其間的摩擦力會愈大；但是，當接觸表面愈光滑時，其間的摩擦力卻不一定會愈小。接觸表面光滑時，對摩擦力量值的影響並不那麼單純。若在兩接觸表面之間含有一些潤滑液體或空氣，使兩接觸表面並不密合，則摩擦力會較小；若隔開兩接觸面的物質甚少（將接觸面之間的空氣分子抽出），使兩接觸表面甚為密合時，原子及分子之間的作用力反而會使摩擦力變大。換言之，摩擦力是一個很複雜的現象，沒有辦法用三言兩語簡單的說明清楚。

當表面相當光滑時，在兩接觸表面之間能夠相互接近的原子數與分子數會愈多。這些原子與分子之間產生的附著現象也愈多，其整體的表現使得愈不容易將兩物體分開。在真空中，對兩塊表面光滑的金屬塊施壓，甚至可以穩固地沾粘在一起，稱為冷焊（cold welding）。



▲ 圖 4-41 以不同的放大比例觀察物體接觸示意圖，紅色（A 物體）及藍色（B 物體）表示相接觸的兩物體，黃色表示周圍的空氣。

小知識 冷焊

固體表面經過精密加工後，通常認為很乾淨的表面，仍有厚度約為 0.1 微米左右表面不平的現象，覆蓋著加工碎屑、氧化物、吸附的物質及污染物等異種物質層，在表面上形成為薄膜。

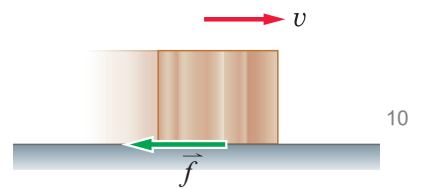
兩表面光滑的物體在真空環境中除去吸附的異種物質後，再讓這兩個表面接觸時，在兩者接觸範圍之內的分子因相互擴散而粘合在一起，稱為附著（adhesion）。如果除去表面上的異物，使表面高度清潔，並施以一定大小的壓力使兩個表面接觸，所產生的整體附著現象稱為冷焊。

當兩物體互相接觸時，若兩者之間有相對運動的企圖或趨勢，則在接觸面之間存在著靜摩擦力；若兩物體已經發生了相對運動時，則在接觸面之間存在著動摩擦力。不論是靜摩擦力，還是動摩擦力，其方向都是平行於接觸面，且摩擦力的存在，總是在反抗相對運動或阻止相對運動的發生。

5

常聽到有人說：「摩擦力與物體運動或企圖運動（運動的趨勢）的方向相反」。是這樣嗎？其實有的時候是兩者方向相反，但有的時候卻是方向相同。

若一木塊在桌面上向右滑行時，在接觸面間的摩擦力應向左，顯然摩擦力與木塊運動的方向相反，如圖 4-42。



▲ 圖 4-42 木塊滑行，摩擦力與木塊運動的方向相反。

10

若物體運動的狀況很複雜，每個部位的速度量值或運動方向各不相同時，摩擦力方向的判斷需要考慮的是與接觸面的相對運動方向，而非物體的運動方向。

例如圖 4-43 所示，人在行走時，兩腳交替前進，身體的重心在前後腳的一定範圍內移動，以維持穩定的行走。後腳向後蹬踩地面向後施力時，因腳在地面並未向後移動（如果腳上穿著直排輪鞋踩在地面時，就有可能向後滑動了），故地面對腳產生向前的靜摩擦力，對腳而言與腳欲向後移動的方向相反，但對人而言則與人向前的運動方向相同。前腳向前接觸地面時，對地面施力使前腳能停步，故地面對腳產生向後的靜摩擦力，對腳而言與腳欲向前移動的方向相反，又對人而言亦與人向前的運動方向相反。

15



▲ 圖 4-43 人行走時，腳底的靜摩擦力 \vec{f} 與人的運動方向相同。

20

25

再如圖 4-44 所示，騎腳踏車時，腳踏板帶動鍊條使後輪轉動，可以稱為後輪驅動，而前輪則隨車前進而轉動。假設後輪在轉動時並未打滑，則後輪與地面的接觸點為瞬間靜止，地面對後輪的靜摩擦力 f_1 與後輪欲轉動的方向相反，而與腳踏車和人的運動方向相同。前輪與車被帶動向前時，地面對前輪的摩擦力 f_2 則與前輪的移動方向相反，而與腳踏車和人的運動方向亦相反，且其量值將小於後輪的摩擦力。



▲ 圖 4-44 騎腳踏車時，前輪與後輪皆受摩擦力作用。

想一想

一列火車在車站啟動時，機車頭的车輪與列車車廂的车輪所受摩擦力的方向為何？列車到站欲停止時，機車頭的车輪與列車車廂的车輪所受摩擦力的方向又為何？

2 摩擦力與正向力的關係

相信大家都會有這種經驗，在拉動櫥櫃或辦公桌的時候，會感受到地板對櫥櫃或辦公桌的摩擦阻力；可是假如你想到先把櫥櫃或辦公桌抽屜內的東西搬空之後，再拉起來不就會比較輕鬆嗎？感覺到這時摩擦力好像變小了；反過來說，假如在櫥櫃或辦公桌的抽屜內放滿了書，這時⁵就會覺得櫥櫃好像要拉不動的樣子，因為摩擦力變得太大了。這表示最大靜摩擦力的量值與正向力的量值似乎有關，我們可以經由下面做一做的活動，來進一步獲得其間的定量關係。

做一做

摩擦力的實驗觀察

我們可以來做個簡單的實驗看看，究竟摩擦力與物體的重量有什麼關係？先準備實驗所需的器材：

- (1) 準備一塊優塑板或三夾板，作為待測摩擦面板的底板。
- (2) 準備若干張不同粗糙程度的紙張（或其他材料），可以黏貼在底板上，作為不同的接觸表面。
- (3) 將彈簧秤的一端連結到桌子的固定栓上，並將掛鉤連接在待測物體上，另外準備砝碼若干個。將實驗器材裝置如圖 4-45 所示。

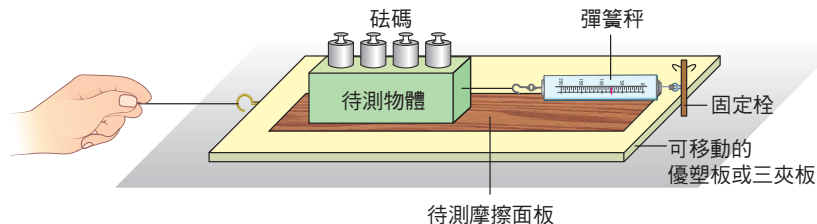
操作原理：

將待測物體與彈簧秤連結，放在待測摩擦力的摩擦面板上，用手拉動待測摩擦面板使其向左移動，如圖 4-45。此時待測物體所受的作用力如圖 4-46：

$M\vec{g}$ 為待測物體的重量，方向為向下。

\vec{N} 為摩擦表面對物體向上的正向力，與接觸面垂直；當接觸面為水平時，正向力的量值等於物體所受的重力。

\vec{f} 為摩擦表面對物體的摩擦力，其方向應平行於摩擦面板，且方向為向左。



▲ 圖 4-45 實驗儀器的裝置圖

前述觀察摩擦力的實驗中，可以每次增加滑車上的砝碼數，使滑車所受的正向力逐漸增大，記錄各次最大靜摩擦力及動摩擦力的量值，就會發現最大靜摩擦力與正向力成正比，即 $f_{s,\max} \propto N$ ，又可寫成

$$f_{s,\max} = \mu_s N$$

4-5 式

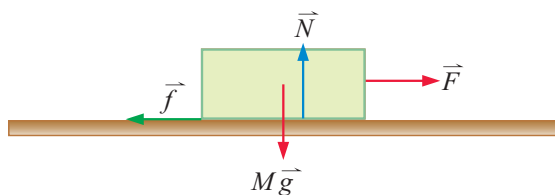
- 5 式中的 μ_s 為沒有單位的比例常數，稱為靜摩擦係數，其值與接觸面的材質和表面狀況有關。

\vec{F} 為彈簧秤對物體的拉力，其方向平行於面板而向右。在摩擦面板上物體維持靜止或發生相對運動時，彈簧秤對物體的拉力與摩擦面板對物體的靜摩擦力或動摩擦力應量值相等而方向相反。

用手拉動摩擦面板向左慢速前進。起先待測物體因為受到靜摩擦力的作用，維持靜止在摩擦面板上，並隨著面板一起前進，此時可以觀察到彈簧秤上的讀數逐漸增大，表示靜摩擦力逐漸增大。拉動過程中，需要不時停下來，此時物體對地面靜止，彈簧秤的長度維持一定，其讀數穩定，即可讀取此時彈簧秤上顯示的靜摩擦力數值。

直到彈簧秤的拉力克服最大靜摩擦力時，此時待測物體不能維持靜止在摩擦面板上，摩擦面板在待測物體下方繼續向左滑行，在接觸面之間的作用力由靜摩擦力轉變為動摩擦力。要盡量地慢慢拉動三夾板，即可讀取彈簧秤上顯示的動摩擦力數值。

觀察彈簧秤讀數的變化，我們可以得到最大靜摩擦力與動摩擦力的量值。若利用砝碼改變待測物體的重量，即改變接觸面上正向力的量值時，則可得到最大靜摩擦力或動摩擦力與正向力之間的關係。



▲ 圖 4-46 待測物體向右運動時受力情況的示意圖

動摩擦力與正向力也成正比，即 $f_k \propto N$ ，又可寫成

$$f_k = \mu_k N$$

4-6 式

式中的 μ_k 為沒有單位的比例常數，稱為動摩擦係數，其值也與接觸面的材質和表面狀況有關。因為動摩擦力小於最大靜摩擦力，故動摩擦係數應小於靜摩擦係數。

5

將物體置於斜角為 θ 的斜面上，如圖 4-47。若物體靜止在斜面時，表示物體所受重力沿斜面向下的分力 $mg \sin \theta$ 恰能與斜面給予物體的靜摩擦力 f_s 抵銷，則兩者量值相等，即 $f_s = mg \sin \theta$ ，而斜面對物體正向力的量值為 $N = mg \cos \theta$ 。若使斜角由零逐漸增大， $mg \sin \theta$ 將逐漸增大，則靜摩擦力 f_s 也逐漸增大。

斜角繼續增大，當靜摩擦力增至最大值時，物體開始滑下，設此時的斜角為 θ_s ，則最大靜摩擦力 $f_{s,\max}$ 應為

$$f_{s,\max} = mg \sin \theta_s$$

由 $f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta_s$ ，故可得

$$f_{s,\max} = \mu_s mg \cos \theta_s = mg \sin \theta_s$$

即可推算靜摩擦係數為

$$\mu_s = \tan \theta_s$$

若斜角不變，重力沿斜面的分力會大於動摩擦力，物體將加速滑下。此時應將斜角適度減小，當觀察到物體能夠等速滑下，設此時的斜角為 θ_k ，則動摩擦力 f_k 應為

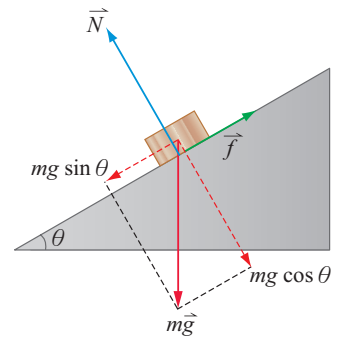
$$f_k = mg \sin \theta_k$$

由 $f_k = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta_k$ ，故可得

$$f_k = \mu_k mg \cos \theta_k = mg \sin \theta_k$$

即可推算動摩擦係數為

$$\mu_k = \tan \theta_k$$



10

15

▲ 圖 4-47 物體靜止在斜面上時受力的示意圖

25

表 4-1 為常用材料的靜摩擦係數與動摩擦係數，因為最大靜摩擦力大於動摩擦力，故相同接觸面的靜摩擦係數會大於動摩擦係數。

表 4-1 靜摩擦係數與動摩擦係數

材 料	靜摩擦係數 μ_s	動摩擦係數 μ_k
鋼與鋼	0.74	0.57
鋁與鋼	0.61	0.47
銅與鋼	0.53	0.36
黃銅與鋼	0.51	0.44
鋅與鑄鐵	0.85	0.21
銅與鑄鐵	1.05	0.29
玻璃與玻璃	0.94	0.40
銅與玻璃	0.68	0.53
鐵弗龍 ^註 與鋼	0.04	0.04

5 在日常生活中，摩擦力隨處可見，可是到底它扮演什麼樣的角色呢？或者說摩擦力的利與弊究竟為何？在應用時要增大摩擦力、還是要減少摩擦力，的確需要視情況而定。

一列火車行駛時，機車頭靠著車輪與軌道間的摩擦力啟動，並拉著車子前進；可是車廂所受的摩擦力卻造成阻力。當列車進站要停止時，煞車系統使機車頭及車廂兩者都受到車輪與軌道間摩擦力的阻力作用。

10 摩擦力的好處舉例如下：鞋底與地面之間具有摩擦力，因此能使人行走前進。桌椅與地板之間具有摩擦力，可以使桌椅穩穩的放置在地板上。物體與桌面之間具有摩擦力，才能使物體穩固地擺放在桌面上。浴室地板及樓梯的台階邊緣加上止滑條，能讓人防止滑倒。戴著粗面工作手套，可以抓緊工具，不致滑脫。

15 另外也可以使用下列方法減少滑動，例如在鞋底或輪胎刻上紋路、賽跑時穿的釘鞋在鞋底加上鋼釘或鋼片、或在傳動皮帶內面鑄成齒狀、改用齒輪及鍊條等。

^註 鐵弗龍是一種人工化學合成的物質。作為相對運動的接觸面時，其摩擦係數甚小。

摩擦力的缺點大多與能量的消耗有關。物體運動時，因摩擦力的作用使能量損失，造成能源的耗損。機件在運轉時，摩擦造成機件的磨損，且因摩擦生熱，使機件的溫度升高，成為熱能散逸到外界。

減少摩擦力的方法：在接觸面之間加入潤滑劑，改變接觸面的性質。例如使用磁力的作用（如磁浮列車）或吹出氣體（如氣墊桌、氣墊軌道及氣墊船等）將物體托高隔開接觸面，避免接觸即可減少摩擦力。車輛加上輪子、輪軸中加入鋼珠（如軸承）等，用滾動代替滑動，也可以減少摩擦力。

想一想

1. 如圖 4-48，景美女中的拔河隊知名度很高，不但在 2010 年達成高女組七連霸的佳績，更獲得 2012 年世界錦標賽 500 公斤組的金牌，為國家爭取榮譽。假如在某次比賽，面對旗鼓相當的對手時，景美女中的選手們都穿上了摩擦力較大的鞋子，則是否較容易獲勝？原因為何？
2. 電視或新聞中報導：大力士表演用牙齒咬著繩索，拉動大卡車，甚至連飛機都能被拉動，讓我們欽佩不已。想想看，大力士施力的量值等於大卡車或飛機的重量嗎？



▲ 圖 4-48 景美女中拔河隊勇奪冠軍的場景。

小知識 物體在空氣或流體中運動時所受的阻力

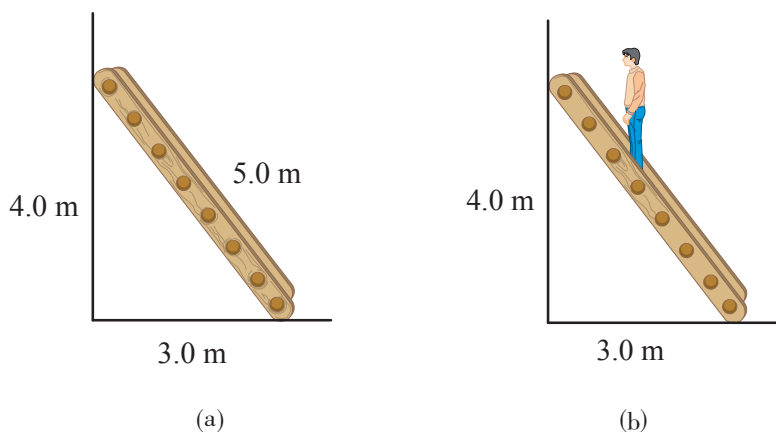
物體在空氣中運動，或在流體（例如：水）中運動時，也會受到阻力的作用，但其來源和摩擦力不同，性質也不相同。

簡略而言，摩擦力與物體運動的速度無關，而流體中的阻力在低速時可能與速度成正比，但在速度較大時，將與速度的平方成正比。

範例 4-9

如圖 4-49 所示，一長度為 5.0 公尺、重量為 40 公斤重的均勻梯子，斜倚在光滑牆壁上，梯子頂端的高度為 4.0 公尺，梯子底端與牆角的距離為 3.0 公尺，且梯子與水平地面間的靜摩擦係數為 0.40，則

- 5 (1) 地面對梯子摩擦力的量值為若干？
 (2) 若體重為 30 公斤重的小明沿梯子向上移動，使梯子能維持靜止不致滑倒時，
 小明在梯子上能夠到達的最大高度為若干？



▲ 圖 4-49

解答

10 (1) 梯子斜靠在牆壁上不會滑倒的原因是受到水平地面給予的靜摩擦力 \vec{f}_s 。設鉛直向上為 y 軸，水平向右為 x 軸，光滑牆壁對梯子的正向力為 \vec{N}_1 ，地面對梯子的正向力為 \vec{N}_2 ，梯子的重量為 \vec{W} ，如圖 4-50，則因木棒為靜力平衡狀態，故應有下列的關係。

15 y 方向： $N_2 = W = 40 \text{ kgw}$ ①

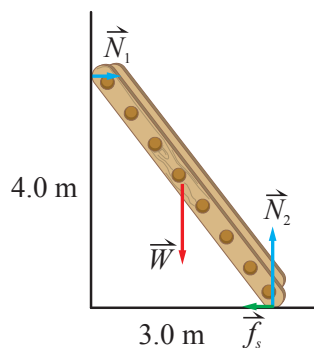
x 方向： $N_1 = f_s$ ②

對梯子底端的力矩平衡：

$$N_1 (4.0 \text{ m}) = W \left(\frac{3.0 \text{ m}}{2.0} \right)$$

$$= (40 \text{ kgw}) \left(\frac{3.0 \text{ m}}{2.0} \right) \quad \text{③}$$

由式②及③可得 $f_s = N_1 = 15 \text{ kgw}$



▲ 圖 4-50

(2) 梯子斜靠在牆壁上不會滑倒的原因是受到水平地面給予的靜摩擦力 \vec{f}_s 。欲求某人在梯子上能夠到達的最大高度，則此時的靜摩擦力應恰為最大靜摩擦力 $\vec{f}_{s,\max}$ 。

設鉛直向上為 y 軸，水平向右為 x 軸，光滑牆壁對梯子的正向力為 \vec{N}_1 ，地面對梯子的正向力為 \vec{N}_2 ，梯子的重量為 \vec{W} ，人的重量為 \vec{W}' ，如圖 4-51 (a)，此人在梯子上的高度為 h 、與梯子底端的水平距離為 x ，如圖 4-51 (b)，則因梯子為靜力平衡狀態，故應有下列的關係。

$$y \text{ 方向: } N_2 = W + W' = 40 \text{ kgw} + 30 \text{ kgw} = 70 \text{ kgw},$$

$$\text{則最大靜摩擦力為 } f_{s,\max} = \mu_s N_2 = (0.40)(70 \text{ kgw}) = 28 \text{ kgw}$$

$$x \text{ 方向: } N_1 = f_{s,\max} = 28 \text{ kgw}$$

對梯子底端的力矩平衡：

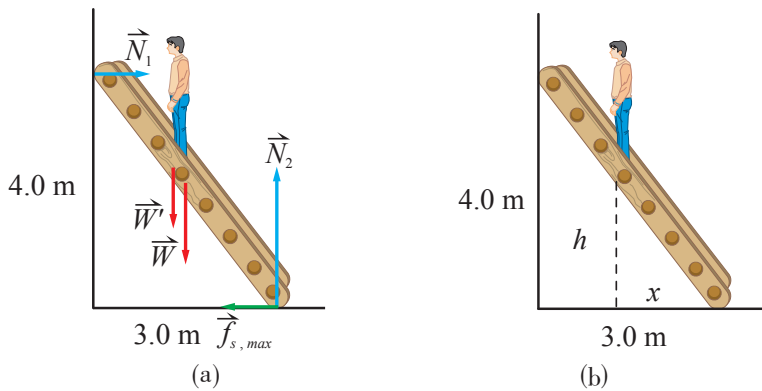
$$N_1 (4.0 \text{ m}) = W \left(\frac{3.0 \text{ m}}{2.0} \right) + W' x, \text{ 則}$$

$$(28 \text{ kgw})(4.0 \text{ m}) = (40 \text{ kgw}) \left(\frac{3.0 \text{ m}}{2.0} \right) + (30 \text{ kgw}) x \quad \textcircled{4}$$

由④式可得 $x = \frac{5.2 \text{ m}}{3.0}$ ，再由相似三角形對應邊成正比

得 $\frac{h}{x} = \frac{4.0 \text{ m}}{3.0 \text{ m}}$ ，則此人能夠到達的最大高度為

$$h = \frac{4.0 \text{ m}}{3.0 \text{ m}} x = \frac{4.0 \text{ m}}{3.0 \text{ m}} \left(\frac{5.2 \text{ m}}{3.0} \right) = 2.3 \text{ m}$$



▲ 圖 4-51