

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】46-高二數學(上)|向量—柯西不等式求極值|

20151224 二恭

發佈日期：2015 年 12 月 30 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—柯西不等式求極值

課堂時間：20151224 二恭

課堂講義：

影片長度 41min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

範例 9

設實數 x, y 滿足 $3x+4y=5$ ，試求 x^2+y^2 的最小值及此時 x, y 的值。

$$\begin{aligned} & (x_1^2+y_1^2)(x_2^2+y_2^2) \geq (x_1x_2+y_1y_2)^2 \\ & \underbrace{(x^2+y^2)}_{Q \times 25} \times \underbrace{(3^2+4^2)}_{25} \geq \underbrace{(3x+4y)^2}_{5^2} \quad \text{2. } \frac{Q \times 25 \text{ min}}{25} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ 3x+4y=5 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x=3t = \frac{3}{5} \\ y=4t = \frac{4}{5} \\ t = \frac{1}{5} \end{array} \end{aligned}$$

類題 1

設實數 x, y 滿足 $3x+2y=12$ ，求 $9x^2+4y^2$ 的最小值，並求當 $9x^2+4y^2$ 有最小值時， x 與 y 的值

範例 10

設實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 10$, 求 $x+3y$ 的最大值與最小值, 並分別求當 $x+3y$ 有最大值與最小值時, x 與 y 的值

$$\underbrace{[(x)^2 + (y)^2]}_{10} \times \underbrace{[(1)^2 + (3)^2]}_{10} \geq \underbrace{[1 \cdot x + 3 \cdot y]}_{x+3y}^2$$

$$10 \times 10 \geq (x+3y)^2 \quad \underline{-10 \leq x+3y \leq 10}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{3} \quad \begin{cases} x+3y=10 \\ x=t=1 \\ y=3t=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3y=-10 \\ x=t=-1 \\ y=3t=-3 \end{cases}$$

類題 1

已知實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 25$, 求 $3x+4y$ 的最大值與最小值, 並分別求有最大值與最小值時, x 與 y 的值

範例 11

設正數 x, y 滿足 $2x+3y=14$, 求 $\frac{8}{x}+\frac{3}{y}$ 的最小值, 並求發生最小值時 x, y 的值

$$\begin{aligned} & [(x)^2 + (y)^2] \cdot [(2)^2 + (3)^2] \geq [2x + 3y]^2 \\ \star & [(\sqrt{2x})^2 + (\sqrt{3y})^2] \cdot [(\sqrt{\frac{8}{x}})^2 + (\sqrt{\frac{3}{y}})^2] \geq [\sqrt{6} + \sqrt{9}]^2 \rightarrow 14 \cdot (\frac{8}{x} + \frac{3}{y}) \geq 49 \\ & \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{\frac{8}{x}}} = \frac{\sqrt{3y}}{\sqrt{\frac{3}{y}}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1} \quad \frac{8}{x} + \frac{3}{y} \geq \frac{2}{2} \\ & \begin{cases} x = 2k \\ y = k \end{cases} \\ & 2x + 3y = 14 \\ & k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

類題 1

設正數 x, y 滿足 $x+y=5$, 求 $\frac{4}{x}+\frac{9}{y}$ 的最小值, 並求發生最小值時 x, y 的值