

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】45-高二數學(上) | 向量—不等式特性與柯西不等式推導 | 20151228 二儉

發佈日期：2015 年 12 月 30 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—不等式特性與柯西不等式推導

課堂時間：20151228 二儉

課堂講義：

影片長度 44min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

丙、柯西不等式



柯西

(Augustin Louis Cauchy, 1789~1857) 法國數學家。在分析學與數學物理有卓越的貢獻，也是將微積分嚴格化的第一人。

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta &\leq 1 - 0 \\ \cos^2 \theta &\leq 1 \\ -1 &\leq \cos \theta \leq 1 \end{aligned}$$

* 由向量內積的定義知

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad \text{因為 } |\cos \theta| \leq 1$$

故 _____，

因此 _____ 這個不等式稱為柯西不等式

上式恆成立，且等號成立於 _____ 或 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 中有一為 $\vec{0}$ 時

在令 $\vec{a} = (x_1, y_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2)$ 帶入，得到解析代數不等式：

$$\star |\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$|x_1 x_2 + y_1 y_2|^2 \leq (\sqrt{x_1^2 + y_1^2})^2 (\sqrt{x_2^2 + y_2^2})^2$$

$$\star (x_1 x_2 + y_1 y_2)^2 \leq (x_1^2 + y_1^2) \times (x_2^2 + y_2^2)$$

$$(x_1^2 + y_1^2) \times (x_2^2 + y_2^2) \geq (x_1 x_2 + y_1 y_2)^2$$

$$= \text{發生在 } \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

$$(x_2, y_2 \neq 0)$$

笑話一下

有一天小明走進一家餐廳

吃了麻婆豆腐



然後他就被麻婆打了

範例 9

設實數 x, y 滿足 $3x+4y=5$ ，試求 x^2+y^2 的最小值及此時 x, y 的值。

