

【上架課堂講義內容】

課堂影片片名：【吳銘祥老師】44-高二數學(上)|向量—內積經典題型與幾何思考 II| 20151224 二儉

發佈日期：2015 年 12 月 24 日

授課教師：吳銘祥老師

授課主題：高二數學(上) 3-2 向量—內積經典題型與幾何思考 II

課堂時間：20151224 二儉

課堂講義：

影片長度 36min

吳銘祥老師數學教室：<http://moodle.fg.tp.edu.tw/~tfgcoocs/blog/?cat=20>

講義內容節錄：

3-2 平面向量的內積

範例6. 已知 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, 且 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夾角為 120° , 求下列各值：

$$(1) (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) \quad (2) |\vec{a} + 2\vec{b}|$$

類題 1

已知 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, 且 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夾角為 60° , 求下列各值：

$$(1) (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) \quad (2) |3\vec{a} - 2\vec{b}|$$

設 $\vec{u}$, $\vec{v}$ 為兩非零向量 . 若 $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = |2\vec{u} + 3\vec{v}|$, 且 θ 表 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 的夾角 , 求 $\cos \theta$ 的值

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta \\ \frac{-21}{48} k^2 &= k \cdot \frac{k}{2} \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{-21}{24} \\ &= \frac{-7}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k^2 &= |2\vec{u} + 3\vec{v}|^2 = 4|\vec{u}|^2 + 9|\vec{v}|^2 + 12\vec{u} \cdot \vec{v} \\ k^2 &= 4k^2 + \frac{9}{4}k^2 + 12 \cdot \frac{-7}{8}k^2 \end{aligned}$$



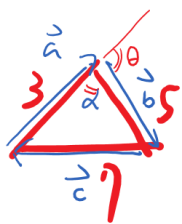
類題 1

在四邊形 $ABCD$ 中, $\angle A = 120^\circ$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{AD} = 2$, 且 $\vec{AC} = 3\vec{AB} + 2\vec{AD}$,

求 $\overline{AC}$ 的長度

已知 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 且 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$, 求下列各式的值: (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

(2) $|3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}|$



$$\begin{aligned} (1) \vec{a} \cdot \vec{b} &= 3 \times 5 \times \cos \theta \\ &= 3 \times 5 \times (-\cos 2) \\ &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{另解} \quad |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= |-\vec{c}|^2 \\ (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) &= 49 \\ \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} &= 49 \\ 9 + 25 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} &= 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) |3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}|^2 &= (3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) \cdot (3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) \\ &= (3\vec{a})^2 + (2\vec{b})^2 + |\vec{c}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 6\vec{a} \cdot \vec{c} + 4\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 9 + 25 + 49 + 12 \times \frac{15}{2} + 6\vec{a} \cdot \vec{c} + 4\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 124 + 6\vec{a} \cdot \vec{c} + 4\vec{b} \cdot \vec{c} \end{aligned}$$

記得開根号

類題 1

已知 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 且 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 5$, 求下列各式的值:

(1) $\vec{b} \cdot \vec{c}$. (2) $|\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}|$

