

【上架課堂影片內容】

課堂影片片名：『吳銘祥-高二-和差角公式應用』

課堂影片簡介：43min。由和差角公式進行倍半角推導

講義內容節錄：

倍角公式

* 由和角公式中我們可利用 $\alpha = \beta = \theta$ 推導出二倍角公式，進而推出三倍角及半角

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \qquad \sin 2\theta =$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \qquad \cos 2\theta =$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \qquad \tan 2\theta =$$

* 若在和角公式中利用 $\alpha = \theta, \beta = 2\theta$ 再配合二倍角公式即可推廣出三倍角公式

$$\sin 3\theta = -4\sin^3 \theta + 3\sin \theta$$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta \quad \text{塊三 = 四塊三減三塊}$$

範例

利用和角及二倍角公式推廣三倍角公式 $\sin 3\theta = -4\sin^3 \theta + 3\sin \theta$

類題 1

利用和角及二倍角公式推廣三倍角公式 $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$

半角公式

利用二倍角餘弦公式 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \\ \text{推得} \quad \cos^2 \theta &= \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \end{aligned} \quad \text{利用 } \theta = \frac{\phi}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\phi}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \phi}{2}} \\ \text{推得} \quad \cos \frac{\phi}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \phi}{2}} \end{aligned} \quad \text{正負視 } \frac{\phi}{2} \text{ 所在象限}$$

$$\text{進而得知 } \tan \frac{\phi}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \phi}{1 + \cos \phi}}$$

練習題

求 $\sin 18^\circ$ 的值